

Rein-Karl Loide

SISSEJUHATUS
KVANTMEHAANIKASSE

Sissejuhatus kvantteooriasse

Kvantmehaanika alused

Tallinn 2006

Sissejuhatus kvantmehaanikasse on jätkuks üldfüüsika kursusele ja annab ülevaate kvantteooria tekkimisest ning selle põhimõistetest. Kursuse esimene osa algab sissejuhatusega kvantteooriasse, milles vaadatakse füüsikanähtusi, mis viisid kvantteooria tekkimisele ja klassikalise füüsika maailmapildi muutmisele. Käsitlemist leiavad soojuskiirgus, Plancki hüpotees, fotoefekt, Comptoni efekt, aatomimudelid, Bohri teooria, de’Broglie hüpotees ja määramatuse seosed. Kuna mikroosakesed on samaaegselt nii osakesed kui ka lained, siis mikromaailmas enam klassikalise füüsika seadused rakendatavad ei ole. Teine osa annab elementaarse ülevaate kvantmehaanikast ja selle rakendustest lihtsamate süsteemide kirjeldamisel. Kvantmehaanika põhivõrrandiks on Schrödingeri võrrand, mis annab mikroobjekti kirjeldava lainefunktsiooni. Viimane omakorda annab osakese leidmise tõenäosuse. Mikromaailmas valitsevad teistsugused “mängureeglid” kui klassikalises füüsikas - füüsikalisi suursi kirjeldavad operaatorid, mõõdetavateks suurusteks on operaatorite omaväärtused. Seetõttu leiavad käsitlemist ka lihtsaimad operaatoritega seotud probleemid ja nende füüsikaline tõlgendamine. Otseseid arvutusi käsitletakse minimaalselt, põhirõhk on tulemustel ja nende analüüsil. Käsitlemist leiavad mitmesugused potentsiaalbarjäärid, potentsiaalauk, harmooniline ostsillaator, vesiniku aatom, elektroni spinn, Pauli keeluprintsiip, elementide perioodilisuse süsteem, aatomite kiirgus- ja neeldumisspektrid, röntgenspektrid, molekulid, identsed osakesed, heeliumi aatom. Esitatu on liigendatud kaheks: iga punkti esimeses osas on toodud põhimaterjal, mis on vaadeldava küsimuse omandamiseks hädavajalik, teises osas on kommentaaridena toodud täiendavat materjali, samuti ka pikemad tuletuskäigud.

Käesolev raamat on mõeldud peamiselt neile, kes soovivad tutvuda kaasaegse füüsika ühe põhialuse – kvantmehaanikaga. Seetõttu antakse küll kvantmehaanika matemaatilise aparatuuri põhialused ja analüüsitakse sisulist külge, aga jäetkase tahaplaanile kvantmehaanika arvutuslik osa, mis leiab põhjalikku käsitlust kvantmehaanika erikursuses. Ennekõike on raamat mõeldud Tallinna Tehnikaülikooli tehnilise füüsika õppesuuna bakalaureuseõppe alusõppeks, kuid sobib kasutamiseks ka teiste õppesuundade magistriõppes. Kursus on mõeldud sissejuhatava algkursusena ja nõuab ainult matemaatika baaskursuse ning füüsika üldkursuse läbimist. Raamatut võib vaadata ka kui kvantmehaanika elementaarkursust. Autori arvates on kursus vajalik kõigile neile, kel on vaja elementaarseid teadmisi kvantteooriast. Kuna tänapäeva füüsikaline maailmapilt ei piirdu ainult lihtsamate klassikalise füüsika tõdede tundmisega, on siinesitatu ka üheks normaalse insenerihariduse komponendiks.

SISUKORD

SISSEJUHATUS KVANTTEOORIASSE

1. Sissejuhatus	6
Füüsika universaalkonstandid – valguse kiirus vaakumis, Plancki konstant	
2. Soojuskiirgus	7
Soojuskiirgus, keha kiirgamisvõime, keha neelamisvõime, absoluutselt must keha, Kirchhoffi seadus, keha integraalne kiirgamisvõime, Stefan-Boltzmanni seadus, absoluutselt musta keha spekter, Wieni nihke seadus, Plancki kvantühüpotees, energiakvant, Plancki valem, reliktkiirgus	
3. Fotoefekt	12
Fotoefekt, fotoefekti seaduspärasused, valguskvant ehk foton, Einsteini valem, “fotoprotsessid”	
4. Comptoni efekt	16
Comptoni efekt, footoni põrge elektroniga, elektroni Comptoni lainepikkus	
5. Seaduspärasused aatomite spektrites	20
Vesiniku spekter, Balmeri valem, Rydbergi konstant, spektriseeriad, Ritzi kombinatsiooniprintsiip, spektraaltermid	
6. Aatomimudelid	22
Thomsoni aatomimudel, Rutherfordi ehk planetaarne aatomimudel, aatomituum, kaasaegne aatomimudel	
7. Bohri teooria	24
Statsionaarsed energianivood, Bohri postulaadid, Bohri kvanttingimus, vesinikuaatom Bohri teoorias, Bohri raadius, peakvantarv, ionisatsioonenergia, Franck-Hertzi katse, taandatud mass, vesinikusarnane aatom	
8. Osakeste lainelised omadused	30
Valgus – elektromagnetlaine ja osakeste voog, de’Broglie hüpotees, osakese lainepikkus ja sagedus, elektronide difraktsioon, de’Broglie laine, röntgenkiirgus, pärsskiirgus, karakteristlik kiirgus, röntgenkiirte difraktsioon, Braggi tingimus	
9. Määramatuse seosed	36
Koordinaadi ja impulsi määramatus, Heisenbergi määramatuse seosed, elektroni määramatus vesiniku aatomis, elektronpilv, füüsikaliste suuruste samaaegne mõõdetavus, lainepakett	
10. Kvantmehaanika põhiprintsiibid	42
Youngi interferentsikatse, elektronide interferents, sündmuse toimumise tõenäosus, tõenäosusamplituud, kvantmehaanika põhiprintsiibid	

KVANTMEHAANIKA ALUSED

1. Schrödingeri võrrand	46
Lainefunktsioon, osakese leidmise tõenäosus, tõenäosustihedus, Schrödingeri võrrandi üldkuju, tingimused lainefunktsioonile	
2. Statsionaarsete olekute Schrödingeri võrrand	51
Ajast sõltumatu potentsiaalne energia, statsionaarne liikumine, statsionaarsete olekute Schrödingeri võrrand, ühedimensionaalne liikumine, vaba osakese võrrandi lahendamine, osakeste voo tihedus	
3. Potentsiaalbarjäär ($E > U$)	58
Klassikaliste osakeste liikumine, mikroosakeste liikumine, tagasipeegeldumine barjäärilt, peegeldunud osakeste voog, optiline analoog	
4. Potentsiaalbarjäär ($E < U$)	61
Klassikaline osakeste voo liikumine, mikroosakeste voo liikumine, mikroosakeste tungimine potentsiaalbarjääri sisse, optiline analoog	
5. Tunneleffekt	64
Tunneleffekt, barjääri läbilaskvuskoeffitsient, barjääri peegelduskoeffitsient, optiline analoog, α -lagunemine, elektronide külmemissioon	
6. Potentsiaalauk	69
Klassikaline osakeste liikumine, mikroosakeste liikumine, energia diskreetsus, minimaalne energia, tõenäosusjaotus potentsiaalaugus, ortonormeeritud lainefunktsioonid, 3-mõõtmeline potentsiaalauk	
7. Harmooniline ostsillaator	77
Klassikaline ostsillaator, kvantostsillaator, energia diskreetsus, nullenergia, lahendi üldkuju, Hermite'i polünoomid, tõenäosusjaotus	
8. Operaatorid	83
Operaator, lineaarne operaator, operaatorite summa, operaatorite korrutis, operaatorite kommuteeruvus	
9. Operaatorid kvantmehaanikas	86
Füüsikaliste suuruste operaatorid (koordinaat, impulss, impulsimoment, energia), operaatori omaväärtusülesanne, omaväärtused, omafunktsioonid, nende füüsikaline tõlgendus, impulsioperaatori omaväärtusülesanne, füüsikaliste suuruste samaaegne mõõdetavus	
10. Hermiitilised operaatorid	93
Skalaarkorrutis, kaasoperaator, enesekaasne ehk hermiitiline operaator, omaväärtuste reaalsus, omafunktsioonide ortogonaalsus, olekufunktsiooni reaksarendus, selle füüsikaline tõlgendus	
11. Impulsimoment kvantmehaanikas	101
Impulsimomendi operaator, impulsimomendi komponentide mõõdetavus, impulsimomendi diskreetsus, orbitaalne kvantarv, magnetiline kvantarv, kerafunktsioonid, impulssmomendi piltlik kujutamine	

12. Vesiniku aatom kvantmehaanikas	107
Tsentraalsümmeetriline väli, impulsimomendi jäävus, elektroni energia, peakvantarv, orbitaalne kvantarv, magnetiline kvantarv, elektroni olekud vesiniku aatomis, tõenäosustihedus vesiniku aatomis, elektroni kvantolek	
13. Elektroni spinn	113
Stern-Gerlachi katse, seos magnetmomendi ja impulsimomendi vahel, elektroni spinn, spinniga seotud magnetmoment, magnetmoment välises magnetväljas, energianivoode lõhustumine magnetväljas, Zeemani efekt, Bohri magneton, elektroni kogumoment, mikroosakese spinn	
14. Aatomite energianivood, elementide perioodilisus	122
Aatomite energianivood, elektroni olekud aatomis, Pauli keeluprintsiip, elektronihid, aatomite elektronstruktuur, aatomite keemiliste omaduste perioodilisus	
15. Elektromagnetilised üleminekud	126
Elektromagnetilised üleminekud, spontaanne ja indutseeritud üleminek, Einsteini kiirgusteeoria, seos üleminekutõenäosuste vahel, valikureeglid, spektri peen- ja ülipeenstruktuur, peenstruktuuri konstant, naturaalsed ühikud, laseri tööpõhimõte	
16. Röntgenispektrid	136
Röntgenispektrite tekkimine, Moseley seaduspärasus, ekraanemistegur, röntgenijoonte sageduse leidmine	
17. Kaheaatomilise molekuli pöörlemispekter	138
Kvantmehaaniline rotaator, molekuli inertsmoment, kaheaatomilise molekuli pöörlemispekter	
18. Kaheaatomilise molekuli võnkumis- ja pöörlemispekter	142
Molekulaarjõudude potentsiaalne energia, kaheaatomilise molekuli võnkumine, võnkumis-pöörlemispekter, elektronergastused ja elektronüleminekud	
19. Identsete osakeste süsteem	146
Identsed osakesed, vahetusoperaator, sümmeetrilised ja antisümmeetrilised lainefunktsioonid, seos spinniga	
20. Heeliumi aatomi põhiolek	152
Heeliumi aatom, null-lähend, põhiolek, põhioleku energia	
21. Heeliumi aatomi ergastatud olekud	156
Heeliumi aatomi ergastatud olekud, vahetusenergia, vahetusjõud, singletsed ja tripletsed olekud, para- ja ortoheelium	
22. Molekulid, keemiline side	160
Molekulid, ioonside, kovalentne side	

SISSEJUHATUS KVANTTEOORIASSE

1. Sissejuhatus

Füüsika universaalkonstandid – valguse kiirus vaakumis, Plancki konstant

Füüsika põhikursuses tutvutakse klassikalise füüsikaga, tundmata huvi aine mikrostruktuuri ja seal valitsevate seaduspärasuste vastu. Antud kursuses vaatame, milline näeb välja mikromaailm ja millised seaduspärasused selles valitsevad. Osutub, et mikromaailma objektid on oluliselt teistsuguste omadustega ja seetõttu klassikalise füüsika seadused nende kirjeldamiseks ei sobi. Kuna tegemist on teistsuguse nähtuste maailmaga, siis on vaja teada, millise piirini me klassikalist füüsikat rakendada saame. Selle juures mängivad olulist rolli füüsika universaalkonstandid.

Makroskoopilises maailmas on tähtsaks füüsikakonstandiks valguse kiirus vaakumis c . See on ühtlasi ka piirkiiruseks looduses. Väikeste kiiruste maailmas ($v \ll c$) kehtib Newtoni mehaanika, suurtel kiirustel tuleb rakendada relatiivsusteooriat. Kuna suurtel kiirustel on piirkiiruse olemasolu oluline – ükski mõju ei saa levida valguse kiirusest kiiremini – on meil tegemist nn lähimõjuteooriaga, milles igasugune kehadevaheline vastastikmõju antakse järkjärgult edasi antud punktist naaberpunkti. Sellist mõju edasikandumist vahendab mingi kindel füüsikaline väli. Üheks klassikalise füüsika põhiliseks väljaks on elektromagnetväli, mis vahendab laetud kehade ja voolude vahelisi elektrilisi ja magnetilisi jõudusid, kirjeldades muu hulgas ka optikanähtusi.

Mikromaailma seaduspärasuste uurimisel selgus, et mikroobjektide kirjeldamisel me puutume kokku täiesti uue nähtuste maailmaga, kus klassikaline füüsika ei ole enam rakendatav. Mikromaailma kirjeldav kvantteooria tekkis üleelmisel sajandivahetusel kui M. Planck tõi füüsikasse täiesti uue idee - Plancki kvantühypoteesi, mis tõi füüsikasse juurde uue universaalkonstandi - Plancki konstandi \hbar . Klassikalises füüsikas oli iseenesest mõistetav, et füüsikalised suurused nagu energia, impulss, jt võivad muutuda pidevalt. Plancki idee tõi aga füüsikasse diskreetsuse, mis tähendab, et mikromaailmas võivad paljud füüsikalised suurused omada ainult kindlaid, mittepidevaid ehk diskreetseid väärtusi.

Kui valguse kiirus vaakumis c võimaldab eristada väikeste ja suurte kiiruste maailma, siis Plancki konstant võimaldab otsustada, millal saab veel kasutada klassikalist füüsikat ja millal peab kasutama kvantteooriat. Juhul, kui $mvr \gg \hbar$, võime kasutada klassikalist füüsikat, kui aga $mvr \sim \hbar$ tuleb rakendada kvantteooriat. Siin m on osakese mass ja v tema kiirus. Kuna on tegemist suurusjärgu hindamisega, siis suuruseks r võetakse selle ruumi piirkonna ulatus, kus osake või süsteem liigub.

Toome paar lihtsat näidet. Olgu meil tegemist kuulikese liikumisega, mille mass on 1 g ja kiirus 100 m/s . Piirkond, milles kuulike liigub, olgu umbes 10 meetrit . Võttes $m = 10^{-3} \text{ kg}$, $v = 10^2 \text{ m/s}$ ja $r = 10 \text{ m}$, saame $mvr = 1 \gg \gg \hbar \approx 10^{-34} \text{ Js}$. Nagu näeme, võib antud juhul rakendada klassikalist füüsikat ja kasutada kuulikese liikumise kirjeldamiseks Newtoni seadusi. Vaadates aga näiteks elektroni liikumist vesiniku aatomis, tuleks võtta $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ja $r = 10^{-10} \text{ m}$, mis

on praktiliselt võrdne H-aatomi diameetriga. Nagu me hiljem näeme, on elektroni kiirus aatomis väga suur ja seetõttu võtame kiiruseks $v = 10^6$ m/s. Nüüd saame tulemuseks

$$mvr \approx 10^{-30} \cdot 10^6 \cdot 10^{-10} = 10^{-34} \text{ Js} .$$

Nagu näha, on tulemus samas suurusjärgus Plancki konstandi väärtusega ja seepärast ei ole vesiniku aatomis liikuva elektroni jaoks enam klassikalise füüsika seadused rakendatavad ning tuleb kasutada kvantteooriat.

Järgnevalt asume vaatama neid füüsikanähtusi, mis viisid kaasaegse kvantteooria tekkimisele. Algas see juba 19. sajandi lõpuosas kui füüsikud puutusid kokku probleemidega, mille seletamisega klassikaline Newtoni füüsika toime ei tulnud. Üheks probleemiks oli vastuolu klassikalise kiiruste liitmise seadusega, kui üheks kiiruseks on valguse kiirus (Michelson-Morley katse). Sellest arenes 20. sajandi alguses välja erirelatiivsusteooria. Teiseks oli soojuskiirguse probleem, millega klassikaline füüsika samuti toime ei tulnud. Soojuskiirguse seletamiseks töi M. Planck aastal 1900 füüsikasse oma kvanthüpoteesi ja seoses sellega ka uue fundamentaalse füüsikakonstandi. Edasi järgnes juba rida uusi nähtusi, mille seletamine viis lõppkokkuvõttes kvantteooria tekkimisele. Neid me asume järgnevalt vaatama.

2. Soojuskiirgus

Soojuskiirgus, keha kiirgamisvõime, keha neelamisvõime, absoluutselt must keha, Kirchhoffi seadus, keha integraalne kiirgamisvõime, Stefan-Boltzmanni seadus, absoluutselt musta keha spekter, Wieni nihke seadus, Plancki kvanthüpotees, energiakvant, Plancki valem, reliktkiirgus

Soojuskiirgus on kehade poolt kiiratud, temperatuurist sõltuv elektromagnetkiirgus. Iga keha kiirgab elektromagnetkiirgust, samuti neelab ta kehale langevat kiirgust. Seda, palju keha kiirgab, iseloomustab keha kiirgamisvõime, seda, kuidas keha neelab temale langevat kiirgust, iseloomustab keha neelamisvõime.

Need suurused on defineeritud järgmiselt. Alustame keha kiirgamisvõimest $r_{\omega,T}$. Olgu dW_k keha poolt temperatuuril T sagedusvahemikus $\omega, \omega+d\omega$ pinnaühikult ajaühikus kiiratud energia, siis keha kiirgamisvõime

$$r_{\omega,T} = \frac{dW_k}{d\omega}$$

annab keha pinnaühikult ajaühikus ühikulise sagedusvahemiku kohta kiiratud energia (pinnaühikult ühikulise sagedusvahemiku kohta kiiratud võimsuse).

Kui sagedusvahemikus $\omega, \omega+d\omega$ pinnaühikule ajaühikus langev energia on dW_l ja sellest neeldub dW_n , siis keha neelamisvõime

$$a_{\omega,T} = \frac{dW_n}{dW_l} .$$

Keha neelamisvõime näitab järelikult seda, millise osa pinnatühikule langevast energiast keha neelab.

Nagu me kohe näeme, pakub soojuskiirguse uurimisel erilist huvi nn. absoluutselt musta keha kiirgus. Absoluutselt must keha on selline keha, mille korral $a_{\omega,T} = 1$, st kõikidel sagedustel neeldub kogu kehale langev energia.

Soojuskiirguse kohta õnnestus klassikalisest füüsikast lähtudes tuletada rida olulisi seaduspärasusi. Üldistest termodünaamilistest kaalutlustest lähtudes tuletas G.R. Kirchhoff järgmise seose keha kiirgamisvõime ja neelamisvõime vahel: antud sagedusel ja temperatuuril on kõikide kehade kiirgamis- ja neelamisvõime suhe ühesugune. Valemina

$$\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}} = \varepsilon_{\omega,T}$$

ehk pikemalt kirjutades

$$\frac{r_1}{a_1} = \frac{r_2}{a_2} = \dots = \varepsilon ,$$

kus r_1 on keha 1 kiirgamisvõime ja a_1 sama keha neelamisvõime, r_2 keha 2 kiirgamisvõime ja a_2 sama keha neelamisvõime, jne

Kuna ülaltoodud Kirchhoffi seadus kehtib kõikide kehade, sealhulgas ka absoluutselt musta keha korral, siis kujutab ülaltoodud seaduses toodud universaalne funktsioon $\varepsilon_{\omega,T}$ endast absoluutselt musta keha kiirgamisvõimet.

Lisaks eespool defineeritud kiirgamisvõimele, mis iseloomustab keha kiirgust antud sagedusel, vaadatakse veel keha integraalset kiirgamisvõimet

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\omega,T} d\omega ,$$

mis iseloomustab keha kogukiirgust.

J. Stefan ja L. Boltzmann näitasid, et absoluutselt musta keha integraalne kiirgamisvõime on võrdeline absoluutse temperatuuri neljanda astmega

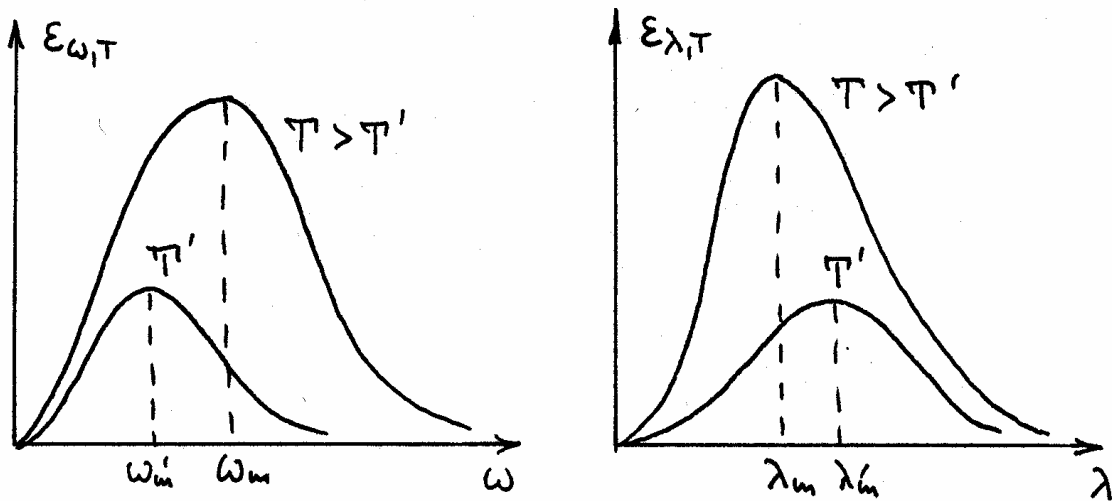
$$R_T = \int_0^{\infty} \varepsilon_{\omega,T} d\omega = \sigma T^4 .$$

Viimast nimetatakse Stefan-Boltzmanni seaduseks. Valemis olev Stefan-Boltzmanni konstant σ omab SI süsteemis väärtust

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4} .$$

Nagu ülaltoodust on näha, taandub soojuskiirguse uurimine tegelikult absoluutselt musta keha kiirguse uurimisele. Teades, milline on absoluutselt musta keha kiirgamisvõime $\epsilon_{\omega,T}$, saame leida mistahes teise keha kiirgamisvõime $r_{\omega,T}$, mõõtes ära selle neelamisvõime $a_{\omega,T}$.

Järgnevatel graafikutel on esitatud absoluutselt musta keha kiirgusspekter. Absoluutselt musta keha spekter on pidev ($0 \leq \omega < \infty$). Tavaliselt esitatakse see, kas sõltuvusena sagedusest $\epsilon_{\omega,T}$ või siis lainepikkusest $\epsilon_{\lambda,T}$.



Suurtel ja väikestel sagedustel (lainepikkustel) kiirgab absoluutselt must keha vähe. Kiirgusspektril on sõltuvalt temperatuurist kindla sageduse (lainepikkuse) korral maksimum. Selle ümbruses on kiirgamisvõime kõige suurem. Kuna integraalne kiirgamisvõime on võrdne graafiku aluse pindalaga, siis vastavalt Stefan-Boltzmanni seadusele muutub see võrdeliselt temperatuuri neljanda astmega.

Kõik füüsikute pingutused ülaltoodud katsest saadud kõverate põhjendamiseks ei viinud klassikalisest füüsikast lähtudes sihile. Kuidagi ei õnnestunud tuletada valemit, mis annaks ülaltoodud kõverad. Kui õnnestus leida valem, mis kehtis näiteks madalatel sagedustel, siis kõrgetel sagedustel see ei kehtinud, ja vastupidi.

Vaatamata kõigele, õnnestus absoluutselt musta keha kiirguse jaoks tuletada mõningaid huvitavaid seaduspärasusi. Üks neist on Wieni nihke seadus, mis annab seose kiirguskõvera maksimumi ja temperatuuri vahel: mistahes temperatuuri T korral on temperatuur ja kõvera maksimumile vastav lainepikkus λ_m seotud järgmiselt

$$\lambda_m T = b .$$

SI süsteemis on konstandi b väärtuseks

$$b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ mK} .$$

Valemi absoluutselt musta keha kiirgamisvõime $\varepsilon_{\omega,T}$ jaoks tuletas M. Planck aastal 1900. Selleks tuli tal aga füüsikasse tuua täiesti uus hüpotees, mida tänapäeval nimetatakse Plancki kvantühüpoteesiks. Planck nimelt oletas, et mistahes sagedusel ω kiiratud energia ei saa muutuda pidevalt, vaid võib omada ainult järgmisi diskreetseid väärtusi

$$E = nE_0 = n\hbar\omega, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Plancki kvantühüpoteesi kohaselt muutub energia seega hüppeliselt, kindlate portsjonite (kvantide) kaupa. Vähimat nullist erinevat energia väärtust antud sagedusel

$$E_0 = \hbar\omega$$

nimetatakse energiakvandiks. Kiirguse koguenergia sama sagedusel saab võrduda ainult täisarvkordse energiakvandi energiaga.

Plancki poolt tuletatud valem absoluutselt musta keha kiirgamisvõime jaoks on järgmine

$$\varepsilon_{\omega,T} = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}$$

(k on Boltzmanni konstant).

Kuna Plancki kvantühüpotees tõi füüsikasse uue universaalkonstandi \hbar (Plancki konstandi), mida klassikalises füüsikas pole, siis järgnevas näeme, et kõik valemid, mis seda konstanti sisaldavad, ei ole klassikalisest füüsikast lähtudes tuletatavad.

Kommentaariid

1. Vahel arvatakse, et absoluutselt must keha ei kiirga. See arvamus ei ole õige, sest kiirgamine ja kiirguse neelamine on kaks eri asja. See, et absoluutselt musta keha neelamisvõime võrdub ühega tähendab ainult seda, et kehale pealelangev kiirgus neeldub täielikult. Absoluutselt musta keha kiirgamisvõime kohta ei ütle see aga midagi. Soojuskiirgus esineb eranditult kõikidel kehadel, sealhulgas ka absoluutselt mustal kehal. Kui võrrelda erinevate kehade kiirgamisvõimet, siis suurim kiirgamisvõime on absoluutselt mustal kehal.

Olgu veel öeldud, et rääkides soojuskiirgusest me eeldame, et tegemist on tasakaalulise kiirgusprotsessiga. Teisisõnu eeldame, et vaadeldav süsteem on ümbritseva keskkonnaga termodünaamilises tasakaalus ja seda iseloomustab kindel temperatuur. Nagu me ka eelnevalt nägime, sõltub absoluutselt musta keha kiirgus tema temperatuurist.

2. Seos funktsioonide $\varepsilon_{\omega,T}$ ja $\varepsilon_{\lambda,T}$ vahel. Olgugi, et elektromagnetkiirguse korral on sagedus ja lainepikkus seotud tuntud seosega $\omega\lambda = 2\pi c$, ei saa lihtsa asendusega $\omega = 2\pi c/\lambda$ funktsioonist $\varepsilon_{\omega,T}$ funktsiooni $\varepsilon_{\lambda,T}$. Põhjus on kiirgamisvõime definitsioonis. Varem antud definitsiooni põhjal avaldub sagedusvahemikus $\omega, \omega + d\omega$ pinnatühikult ajaühikus kiiratud energia kujul

$$dW_k = \varepsilon_{\omega,T} d\omega$$

Analoogiliselt avaldatakse ka lainepikkuste vahemikus λ , $\lambda + d\lambda$ pinnaühikult ajaühikus kiirata energia

$$dW_k = \varepsilon_{\lambda,T} d\lambda .$$

On ilmne, et sama vahemiku korral peab kehtima võrdus

$$\varepsilon_{\omega,T} d\omega = \varepsilon_{\lambda,T} d\lambda .$$

Asendades nüüd vasakus pooles $\omega = 2\pi c/\lambda$ ja $d\omega = -(2\pi c/\lambda^2)d\lambda$, saamegi jaotuse lainepikkuste järgi

$$\varepsilon_{\lambda,T} = \frac{4\pi^2 \hbar c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{2\pi c h}{kT\lambda}} - 1} .$$

Viimasest valemist saab ka tuletada eespool toodud Wieneri nihke seaduse. Funktsiooni $\varepsilon_{\lambda,T}$ maksimumi leidmiseks tuleb leida tuletis lainepikkuse järgi ja võrdsustada see nulliga ($d\varepsilon_{\lambda,T} / d\lambda = 0$). Tulemuseks saame võrrandi

$$5 - 5e^{-x} = x ,$$

kus $x = 2\pi c \hbar / kT \lambda$. See võrrand ei ole paraku lahendatav algebraliselt, vaid ainult numbriliselt. Numbriline lahendamine annab tulemuseks $x_m = 4,965$ (kolme komakoha täpsusega), mis annabki Wieneri nihke seaduse $\lambda_m T = 2\pi c \hbar / kx_m$ ja ka eespooltoodud väärtuse Wieneri konstandi jaoks.

3. Wieneri nihke seadusel on huvitavaid rakendusi, sest kiirgusspektri maksimumile vastava lainepikkuse λ_m leidmine võimaldab arvutada kiirgava keha temperatuuri. Nii saab näiteks määrata tähtede pinnatemperatuure nende kiirgusspektri maksimumi mõõtmise kaudu. Päikese korral on kiirguse maksimum lainepikkusel $\lambda_m = 4800 \text{ \AA}$, mis annab pinnatemperatuuriks $T = 6000 \text{ K}$.

4. Reliktikiirgus. Aastal 1965 tehti üks eelmise sajandi tähtsamaid füüsikaavastusi - ameeriklased A.A. Penzias ja R.W. Wilson avastasid kosmilise soojuskiirguse, mis vastab temperatuurile $T \approx 3 \text{ K}$. Seda kosmist soojuskiirgust nimetatakse reliktkiirguseks, kuna ta pärineb Universumi tekkimise varajasemast perioodist. Universum, milles me elame, tekkis umbes 20 miljardit aastat tagasi nn "Suure paugu" tulemusena ülitihedast singulaarsest olekust. Selle avastuseni jõuti 20. sajandi kahekümnendatel aastatel kui Hubble galaktikate kiirusi mõõtes avastas, et Universum on paisuv. Reliktkiirguse avastamine näitas, et Universum tekkis ülitihedast ülikuumast olekust. Universumi alghetkedest pärit soojuskiirgus on tänu Universumi paisumisele jahtunud ja praegu on tema temperatuur umbes 3 Kelvinit.

5. Füüsikas on kasutusel kaks konstanti, mis mõlemad kannavad nimetust Plancki konstant. Varem kasutati elektromagnetlainete sageduse jaoks suurust ν , mis väljendas võngete arvu sekundis. Sel juhul avaldub energiakvandi energia kujul

$$E_0 = h \nu ,$$

kus suurust h nimetatakse Plancki konstandiks. Viimasel ajal aga kasutatakse praktiliselt ainult ringsagedust ω , nimetades seda lihtsalt sageduseks ja energiakvandi energia kirjutatakse kujul

$$E_0 = \hbar \omega ,$$

kus suurust \hbar (h ristiga või haš-rist) nimetatakse samuti Plancki konstandiks. Kuna $\omega = 2\pi\nu$, siis $\hbar = 2\pi h$. Ajal kui kasutati korraga mõlemaid konstante, nimetati konstanti \hbar Diraci konstandiks, sest valemi $E_0 = \hbar \omega$ võttis esimesena kasutusele inglise füüsik P.A.M. Dirac.

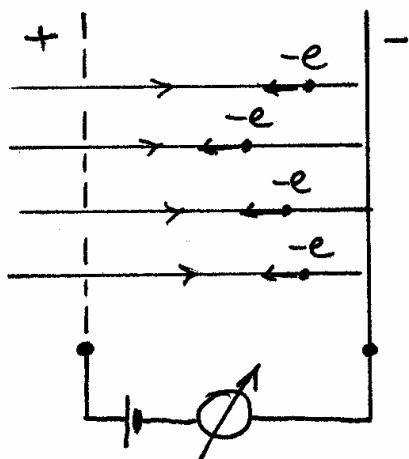
6. 20. sajandi suuremaid teadusavastusi on pärjatud mitmesuguste auhindadega, milledest kõige tunnustatum on Nobeli preemia. Kõikide tähtsamate avastuste eest kvantteooria loomisel on nende autoritele antud Nobeli füüsikapreemia. Energiakvandi sissetoomise ja soojuskiirguse selgitamise eest sai M. Planck 1918. aasta Nobeli preemia. Soojuskiirguses kehtivate seaduspärasuste avastamise eest sai 1911.a. Nobeli preemia W. Wien. A.A. Penzias ja R.W. Wilson pälvisid 1978.a. Nobeli preemia reliiktkiirguse avastamise eest.

7. Olgu siinkohal kõrvalmärkusena lisatud, et paljudel füüsikutel on mitu eesnime, kusjuures enamasti kasutatakse neist ainult ühte. Nii näiteks on Max Plancki tegelik nimi Max Karl Ernst Ludwig Planck. Samuti on Niels Bohri tegelik nimi Niels Henrik David Bohr ja Werner Heisenbergi nimi Werner Karl Heisenberg, peaaegu alati aga kasutatakse nime lühemat varianti. Erandiks on Paul Adrian Maurice Dirac, üks kvantmehaanika loojatest, kes on kasutanud alati täisnime ja lisanud trükistele oma kõikide eesnimede algustähed.

3. Fotoefekt

Fotoefekt, fotoefekti seaduspärasused, valguskvant ehk foton, Einsteini valem, “fotoprotsessid”

Fotoefekt seisneb elektronide väljalöömises metalli pinnast valguse toimel. Fotoefekti avastas 1887. aastal H. Hertz, mees, kes tõestas katseliselt elektromagnetlainete olemasolu.



Fotoefekti põhilised seaduspärasused tegid kindlaks P. Lenard ja J.J. Thomson aastal 1899. Palju varem ei olnudki see võimalik, sest alles aastal 1897 avastas J.J. Thomson elektroni.

Joonisel on kujutatud fotoefekti uurimise põhimõtteline katseskeem. Läbi metallvõre valgustatakse tagapool olevat metallplaati monokromaatse valgusega. Katses mõõdetakse ahelas tekkivat voolu, mille tekitavad metallist välja löödud elektronid.

Põhilised fotoefekti seaduspärasused on järgmised:

1. Elektronide maksimaalne kiirus sõltub pealelangeva valguse sagedusest, kuid ei sõltu valguse intensiivsusest.
2. Igal ainel on olemas fotoefekti punane piir, st maksimaalne lainepikkus λ_0 , millest suurema lainepikkusega valguse korral fotoefekti ei teki.
3. Metallil pinnast väljalöödud elektronide arv on võrdeline valguse intensiivsusega.

Osutus, et need seaduspärasused pole seletatavad klassikalise füüsikaga, lähtudes klassikalisest elektrodünaamikast. Viimase kohaselt on valguse intensiivsus võrdeline elektromagnetlaine energiaga, mistõttu väljalöödud elektronide kiirus peaks sõltuma valguse intensiivsusest, mitte aga sagedusest. Ka ei tohiks olla fotoefekti punast piiri. Fotoefekt peaks klassikalise füüsika kohaselt tekkima kõikide lainepikkuste korral, ainult et pikema lainepikkuse korral peaks valguse intensiivsus olema suurem, sest elektronide väljalöömiseks metalli pinnast on vaja teha kindel hulk tööd.

Fotoefekti seletuse andis 1905. aastal A. Einstein. Ta kasutas Plancki kvantühüpoteesi, kuid oletas, et valgus kujutab endast osakeste (valguskvantide ehk footonite) voogu, milles iga osakese energia on $\hbar\omega$. Sellest lähtudes põhjendas Einstein fotoefekti lihtsa energia jäävusega: pealelangeva footoni energia läheb elektroni väljumistööks ja tema kineetiliseks energiaks. Valemina

$$\hbar\omega = A + \frac{mv^2}{2} .$$

Ülaltoodud valemist järelduvad kohe kaks esimest fotoefekti seaduspärasust. Einsteini valemist on näha, et elektroni kiirus sõltub ainult valguse sagedusest. Teine seaduspärasus järeldub sellest, et fotoefekt saab tekkida ainult siis, kui footoni energia on suurem või võrdne elektroni väljumistööga, st sagedustel, mille korral $\hbar\omega \geq A$. Kui $\hbar\omega < A$, siis fotoefekti ei teki, sest footon pole suuteline elektroni metallist välja lööma. Piirsagedus $\hbar\omega_0 = A$, mille korral fotoefekt veel tekib, annabki fotoefekti punase piiri, sest $\omega < \omega_0$ ($\lambda > \lambda_0$) korral enam fotoefekti ei teki. Ettekujutus valgusest kui osakeste voost seletab lihtsalt ära ka viimase fotoefekti seaduspärasuse: mida suurem on valguse intensiivsus, seda suurem on pealelangevate footonite arv ja vastavalt sellele on suurem ka väljalöödud elektronide arv.

Kommentaariid:

1. Einstein tõi füüsikasse ettekujutuse valgusest kui osakeste voost. See oletus oli üsna loogiliseks järelduseks Plancki valemist, mille kohaselt sagedusel ω kiiratud energia omab väärtusi

$$E = nE_0 = n\hbar\omega, \quad n = 0, 1, 2, \dots .$$

Algul nimetati neid osakesi valguskvantideks ja alles aastast 1926 hakati valguskvante nimetama tänapäevaseks footoniteks. Kuna valguse kvantiseeloom ilmneb peamiselt väga lühikese lainepikkuse korral, mis vastab röntgenkiirgusele ja γ -kiirgusele, siis nimetatakse valguskvante vahel ka γ -kvantideks.

2. Elektronide väljumistöö metallides on vahemikus

$$A \sim 1 \div 5 \text{ eV} .$$

Mõned näited: Cs - 1,81 eV, Li - 2,38 eV, Fe - 4,31 eV.

3. Siin ja edaspidi me kasutame põhilise energiaühikuna elektronvolti

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J},$$

mis mikromaailmas on kõige sobilikumaks ja kasutatavamaks energiaühikuks. Ühelt poolt on ta hea seetõttu, et mikroosakesed kannavad enamasti elementaarlaengut ja seetõttu on nende energiat elektriväljas kiirendamisel lihtne arvutada. Teiselt poolt on elektronvolt sobiv ka aatomite energiaühikuna, sest elektronide energiad aatomis on enamasti suurusjärgus 1 – 10 elektronvolti.

Nagu ülaltoodud seos näitab, ei ole SI-süsteemi energiaühik J (džaul) mikromaailmas otstarbekas, sest see on mikromailma jaoks liiga suur. Kuna aga kõik oma valemid anname edaspidi SI-süsteemis, siis saame me peale arvutusi energia kõigepealt džaulides ja siis teisendada selle elektronvoltideks.

Olgu öeldud, et füüsikas ei ole SI süsteem üldse otstarbekas, sest eri nähtuste maailmas on oma karakteristikud suurused ja neid ei saa mõistlikult (ilma suuri või väikseid kümne astmeid kasutamata) ainult ühte ühikute süsteemi kasutades esitada. Eriti hull on asi elektri- ja magnetismi korral, kus ühikud sobivad ainult neile, kes mõõdavad volte ja ampreid. Muus osas võib selle süsteemi kasutamine viia ekslikele füüsikalistele järeldustele, rääkimata sellest, et põhivalemid on kohmaka kujuga, sisaldades füüsikalist tähendust mitteomavaid suurusi. Kuna me antud kursuses kasutame elektri- ja magnetismiga seotud valemeid vähe, siis siin see probleemiks ei ole.

Mis puutub veel ühikutesse, siis järgmevas kasutame üsna palju pikkusühikut 1 Å (ongström)

$$1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m},$$

sest sobib kõige paremini aatomite mõõtmete iseloomustamiseks (vesiniku aatomi läbimõõt on praktiliselt 1 Å).

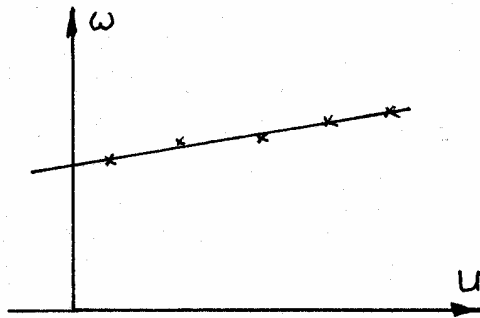
4. Fotoefekti abil saab väga täpselt mõõta Plancki konstanti h . Esimesena tegi seda 1916. aastal ameerika füüsik R.A. Millikan, kes selle töö ja elementaarlaengu täpse mõõtmise eest sai 1923. aasta Nobeli füüsikapreemia.

Millikan kasutas oma katsetes vastupinge meetodit (võrele positiivne ja metallplaadile positiivne potentsiaal), leides sellise potentsiaalide vahe, mille korral vool ahelas katkes. Kuna vastupinge pidurdab elektroni liikumist, siis juhul kui

$$eU = \frac{m v^2}{2}$$

elektronid enam võrele ei jõua ja fotovool katkeb. Asendades selle Einsteini valemisse, saame seose valguse sageduse ja fotovoolu katkemiseks vajaliku minimaalse pinge vahel

$$\hbar\omega = A + eU .$$



Nagu näha, on seos sageduse ja pingel vahel lineaarne. Plancki konstandi ja väljumistöö leidmiseks on vaja mõõta erinevate sageduste korral vastupinged ja joonestada teljestikus ω - U katsetulemustega kõige paremini sobiv sirge. Sirge tõus ja vabaliige võimaldavad arvutada nii Plancki konstandi kasutatava metalli väljumistöö.

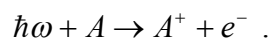
5. Ka fotoefekti seaduspärasuste kindlakstegijaid autasustati Nobeli preemiaga. 1905. aasta preemia sai saksa füüsik P. Lenard katoodkiirte alaste tööde eest ja 1906. aasta preemia inglise füüsik J.J. Thomson gaaside elektrijuhtivuse alaste teoreetiliste ja eksperimentaalsete tööde eest. Otseselt fotoefekti eest sai 1921. aasta Nobeli preemia saksa füüsik A. Einstein, kelle tegevust hinnati tema panuse eest teoreetilisse füüsikasse ja eriti fotoefekti seaduspärasuste seletamisel.

Siinkohal on huvitav märkida, et relatiivsusteooria loomise eest ei ole Nobeli preemiat kunagi antud, olgugi, et samal 1905. aastal pani Einstein aluse erirelatiivsusteooriale ja aastal 1916 lõi üldrelatiivsusteooria. Mõlemad teooriad, vaatamata nende suurele tähtsusele füüsikas üldse, olid 20. sajandi esimesel poolel ikkagi raskesti arusaadavad, eriti selles osas, mis puudutas aega ja ruumi ning sellega seotud efekte. Viimane oligi nähtavasti peamiseks põhjuseks, miks relatiivsusteooria õigsuses mõnevõrra kaheldi. Tänapäevaks on kõik need tavamõistusele paradoksaalsed efektid ka katseliselt kinnitatud ja relatiivsusteooria õigsuses ei kahtle enam keegi.

5. Metallil pinnast valguse toimel väljalöödud elektronide korral on meil tegemist nn välise fotoefektiga. Valguse toimel saab muuta ka pooljuhtide juhtivust. Viimast nimetatakse sisemiseks fotoefektiks.

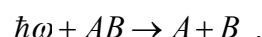
5. Lisaks fotoefektile on olemas terve rida valguse mõjuga seotud protsesse, mida nimetatakse "fotoprotsessideks", nagu näiteks fotoionisatsioon, fotodissotsiatsioon, fotosüntees jt.

Fotoionisatsioonil on footoni energia sedavõrd suur, et foton on võimeline neeldumisel aatomis või molekulis seda ioniseerima. Sümboliliselt võib seda protsessi kujutada järgmiselt

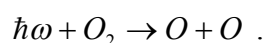


Fotoionisatsiooni nimetatakse vahel ka aatomiliseks fotoefektiks. Ionosfääri suur ioonide ja elektronide kontsentratsioon ongi tingitud aatomite ja molekulide fotodissotsiatsioonist päikesekiirguse ultraviolettsa ja lühemalainelise osa footonitega.

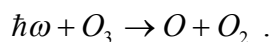
Fotodissotsiatsioon kujutab endast molekuli lagunemist footoni toimel. Sümboliliselt



Näitena toome siin kaks geofüüsikas ja bioloogias üliolulist protsessi. Esimene neist on hapniku dissotsiatsioon atmosfääris ultraviolettkiirguse (5,2 ÷ 7,8 eV) toimel

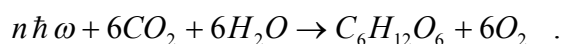


Tekkinud atomaarne hapnik moodustab molekulaarse hapnikuga osooni - O_3 , mis omakorda ultraviolettkiirguse ($3,4 \div 5,2 \text{ eV}$) toimel dissotseerub



Need kaks protsessi neelavad päikesekiirgusest sedavõrd palju ultraviolettkiirgust, et maapinnale jõudev kiirgus on organismidele ohutu. Selle tõttu on osoonikihi säilitamine ülemises atmosfääris eluliselt oluline.

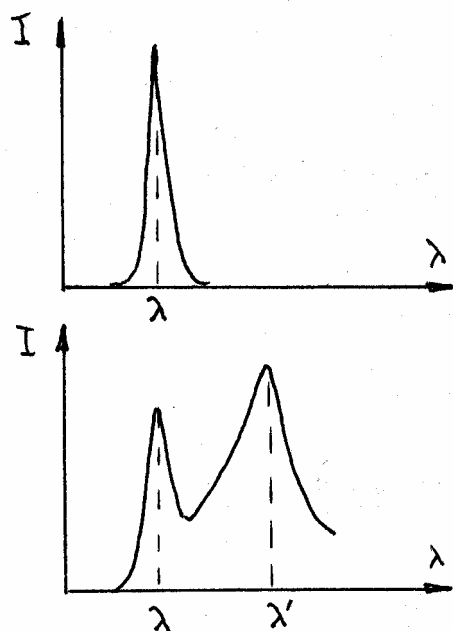
Fotosünteesil toimub uute ühendite – peamiselt karbohüdraatide - moodustumine valguse toimel süsinikdioksiidist ja veest. Lihtsustatult oleks see järgmine



Footonite arv n võib reaktsioonides varieeruda, footonite energia langeb peamiselt nähtavasse spektripiirkonda.

4. Comptoni efekt

Comptoni efekt, footoni põrge elektroniga, elektroni Comptoni lainepikkus

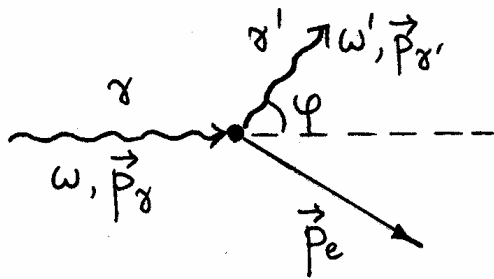


Uurides röntgenkiirte hajumist vabadel elektronidel, avastas ameerika füüsik A.H. Compton 1922. aastal, et hajunud kiirguses on lisaks esialgsele lainepikkusele λ veel pikemalaineline komponent $\lambda' > \lambda$. Seda efekti hakati tema avastaja järgi nimetama Comptoni efektiks.

Nagu kõrvalolev katsepilt näitab, on otse mõõdetavas kiirguses ainult esialgne komponent lainepikkusega λ , mingi kindla nurga φ all hajunud kiirguses (alumine pilt) on lisaks esialgsele veel pikemalaineline komponent λ' , mille lainepikkus sõltub ainult hajumisnurgast.

Jällegi on lihtne veenduda, et klassikalise teooriaga seda efekti seletada ei saa, kuna klassikalise teooria järgi peaks hajunud kiirguses olema ainult esialgse

lainepikkusega komponent. Nimelt tekitab pealelangev elektromagnetlaineline sagedusega ω elektronide sundvõnkumised, mis toimuvad alati välise jõu (pealelangeva elektromagnetlaineline) sagedusega ω . Sagedusega ω võnkuv elektron aga kiirgab ainult sama sagedusega elektromagnetlaineid. Seega mingi muu sageduse (lainepikkuse) tekkimine hajunud kiirguses pole klassikalise füüsika järgi võimalik.



Comptoni efekt aga seletub väga lihtsalt kui me vaatame röntgenkiirguse hajumist kui footoni põrget vaba elektroniga. Kujutades seda põrkeprotsessi sümbolsealt kõrvaloleval joonisel, kus pealelangev foton sagedusega ω ja impulsiga \vec{p}_γ põrkub paigalseisva elektroniga. Peale põrget on tegemist nurga φ all hajunud footoniga sagedusega ω' ja impulsiga \vec{p}'_γ , ning liikuva elektroniga, mille impulss on \vec{p}_e . Rakendades sellele põrkeprotsessile energia ja impulsi jäävuse seadust, saame

$$\hbar\omega + m_0c^2 = \hbar\omega' + mc^2,$$

$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}'_\gamma + \vec{p}_e.$$

Nagu me edaspidi põhjendame, tuleb Comptoni efekti korral kasutada relativistlikke energia ja impulsi valemeid ning seetõttu on energia jäävuses arvestatud elektroni seisuenergia $E_0 = m_0c^2$, kus m_0 on paigalseisva elektroni mass (elektroni seisumass) ja liikuva elektroni energiat $E = mc^2$, kus m on liikuva elektroni mass.

Kasutades energia jäävust, on lihtne tõestada pikemalainelise komponendi tekkimist. Selleks kirjutame energia jäävuse kujul

$$\hbar\omega = \hbar\omega' + (m - m_0)c^2 \equiv \hbar\omega' + T_{el},$$

millest näeme, et pealelangeva footoni energia läheb hajunud footoni energiaks ja elektroni kineetiliseks energiaks. Kuna kineetiline energia on alati positiivne, siis selle ärajätmisel saame võrratuse $\hbar\omega > \hbar\omega'$, millest

$$\omega > \omega' \quad ehk \quad \lambda < \lambda'.$$

Seega, pikemalaineline komponent tekib siis kui foton põrkub elektroniga. Kui põrget ei toimu, siis footoni sagedus ei muutu ($\omega = \omega'$) ja me saame pealelangeva kiirguse lainepikkuse, mida mõõdetakse otse tulevas kiirguses.

Lisaks eespool toodud kvalitatiivsele tõestusele saab tuletada täpse valemi lainepikkuse muudu arvutamiseks sõltuvalt hajumisnurgast (vt järgnevat kommentaari)

$$\Delta\lambda = \lambda_0(1 - \cos\varphi),$$

kus suurust

$$\lambda_0 = \frac{2\pi\hbar}{m_0c}$$

nimetatakse elektroni Comptoni lainepikkuseks. Arvutades elektroni Comptoni lainepikkuse, saame tulemuseks

$$\lambda_0 = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m} \approx 0,024 \text{ \AA} .$$

Kommentaariid.

1. Lainepikkuse muudu leidmine. Tuletame valemi lainepikkuse muudu arvutamiseks. Selleks kasutame järgmisi relatiivsusteooriast saadud valemeid. Elektroni korral võime energia avaldada kahel viisil, ühelt poolt liikuva elektroni massi kaudu $E = mc^2$, teiselt poolt aga liikuva elektroni impulsi ja seisumassi kaudu $E = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_0^2 c^4}$. Mõlemat valemit läheb järgnevas tuletuses vaja. Footoni korral avaldame tema energia juba tuntud viisil sageduse kaudu $E_\gamma = \hbar \omega$. Seose footoni energia ja impulsi vahel saame ülaltoodud seosest elektroni energia ja impulsi vahel, võttes arvesse, et footon on osake, millel seisumass puudub: $E_\gamma = p_\gamma c$. Footoni impulsi saab siis tema energia kaudu valemiga $p_\gamma = E_\gamma / c = \hbar \omega / c$.

Lähtume impulsi jäävuse seadusest ja kirjutame selle kujul

$$\vec{p}_\gamma - \vec{p}_{\gamma'} = \vec{p}_e .$$

Viimase ruutu võtmisel saame

$$p_\gamma^2 + p_{\gamma'}^2 - 2\vec{p}_\gamma \cdot \vec{p}_{\gamma'} = p_e^2 ,$$

mille võime footoni impulsi valemit kasutades kirjutada kujul

$$(\hbar\omega)^2 + (\hbar\omega')^2 - 2\hbar\omega\hbar\omega' \cos\varphi = p_e^2 c^2 .$$

Kirjutades energia jäävuse kujul

$$\hbar\omega - \hbar\omega' + m_0 c^2 = mc^2 ,$$

saame ruutu võtmisel

$$(\hbar\omega)^2 + (\hbar\omega')^2 - 2\hbar\omega\hbar\omega' + 2m_0 c^2 \hbar(\omega - \omega') + (m_0 c^2)^2 = (mc^2)^2 .$$

Lahutades sellest impulsi jäävusest tuletatud valemi ja kasutades seost $(m_0 c^2)^2 = (mc^2)^2 - p_e^2 c^2$, saame

$$-2\hbar\omega\hbar\omega'(1 - \cos\varphi) + 2m_0 c^2 \hbar(\omega - \omega') = 0 .$$

Peale $2\hbar$ -ga taandamist ja $\omega\omega'$ -ga jagamist võime kirjutada

$$m_0 c^2 \left(\frac{1}{\omega'} - \frac{1}{\omega} \right) = \hbar(1 - \cos\varphi) .$$

Kuna $1/\omega' = \lambda'/2\pi c$ ja $1/\omega = \lambda/2\pi c$, siis peale elementaarseid asendusi saamegi otsitava valemi

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_0 c} (1 - \cos\varphi) .$$

Paremal pool olevat suurust

$$\lambda_0 = \frac{2\pi \hbar}{m_0 c}$$

nimetatakse elektroni Comptoni lainepikkuseks.

2. Kuna Comptoni lainepikkus λ_0 on väga väike suurus, siis on maksimaalne võimalik lainepikkuse muutus $(\Delta \lambda)_{\max} = 2\lambda_0$ samuti väga väike. Seetõttu on Comptoni efekt praktiliselt jälgitav ainult siis, kui katses kasutatav lainepikkus λ on väike (suurusjärgus 1 Å). Compton ise kasutas oma katsetes molübdeeni K_α joont lainepikkusega 0,71 Å.

Oma analüüsis me vaatasime footoni hajumist vabal elektronil. Compton uuris oma katsetes mitte röntgenkiirguse hajumist vabadel elektronidel (viimaseid on ülimalt raske saada!), vaid röntgenkiirguse hajumist aines. Arvestades, et röntgenkiirguse korral on footonite energia suur ($\lambda = 1 \text{ Å}$ korral ca 12,5 keV), võrreldes elektronide seoseenergiaga aatomis (ca 10 eV), võib aine aatomites liikuvaid elektrone lugeda praktiliselt vabadeks ja paigalseisvaiks. See põhjendabki asjaolu, et me võime Comptoni efekti seletamiseks analüüsida footoni põrget vaba, paigalseisva elektroniga.

Kuna pealelangevate footonite energia on suhteliselt suur, peame ka elektronide jaoks kasutama relativistlikke valemeid. Footoni energia 12,5 keV on võrreldes elektroni seisueenergiaga $E_0 = m_0 c^2 \approx 500 \text{ keV}$ juba arvestatav suurus. Ainult neil juhtudel, kui footoni energia on elektroni seisueenergiaga võrreldes tühine, võib kasutada mitterelativistlikke valemeid, mida me tegime näiteks fotoefekti juures, kus footoni energia on tavaliselt alla 10 eV.

3. Nagu me algul nägime, on nurga φ all hajunud kiirguses kaks komponenti, esialgne lainepikkus λ ja pikemalaineline komponent lainepikkusega λ' . Pikemalainelise komponendi me põhjendasime kui elektronilt nurga φ all põrkunud footoni. Kuidas aga seletada, et nurga φ all hajumisel on olemas ka esialgne lainepikkus λ ? Osutub, et see seletub analoogiliselt, ainult, et nüüd tuleb vaadata footoni põrget mitte elektroni, vaid kogu aatomiga. Kuna aatomi mass on üle kolme suurusjärgu elektroni massist suurem, on selliselt põrkel lainepikkuse muutus tühine (suurusjärgus 10^{-16} m) ja nii saamegi praktiliselt sama lainepikkuse λ ka hajunud kiirguses. Nagu me järgnevas näeme, on väliskihi elektronid aatomiga nõrgalt seotud ja seetõttu suhteliselt vabad, sisemiste elektronkihtide elektronid on aga tugevalt seotud ja röntgenkiirguse hajumisel nendelt elektronidelt antakse energia üle kogu aatomile, mis tähendabki, et sel juhul on tegemist footoni põrkega kogu aatomiga. Pikemalaineline komponent aga tekib hajumisel nõrgalt seotud väliskihi elektronidel.

4. Oma avastuse eest sai A.H. Compton 1927. aasta Nobeli preemia. Nimetades siin Nobeli preemiaid tasub mainida, et tavaliselt antakse preemia ühele kuni kolmele teadlasele, kes arvatavalt on andnud kõige tähtsama panuse mingi avastuse tegemisel. Enamikel juhtudel tegeleb sama probleemi uurimisega aga palju rohkem teadlasi, kelle panus on olnud oluline, kuid kellel jäi ühel või teisel põhjusel mõni oluline samm tegemata. Katseid röntgenkiirte hajumisega sooritas enne Comptonit C.G. Barkla, kes avastas, et hajunud kiirgus sisaldab teistsuguste omadustega komponenti, mis aines hajub põhikomponendist erinevalt. Ta aga ei pidanud tulemust nii oluliseks, et seda edaspidi põhjalikumalt uurida ja analüüsida. Seetõttu jäi tal ka vastav oluline avastus avaldamata.

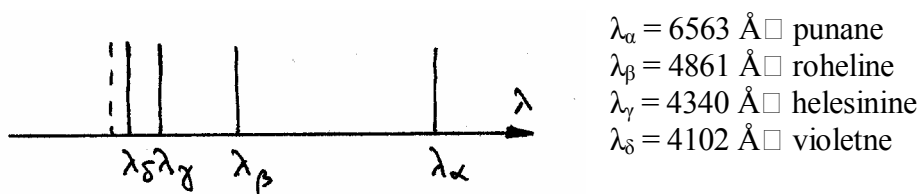
5. Seaduspärasused aatomite spektrites

Vesiniku spekter, Balmeri valem, Rydbergi konstant, spektriseeriad, Ritzi kombinatsioonprintsip, spektraaltermid

Kiirgusspektrid on omased väga erinevatele süsteemidele (aatomid, molekulid, tuumad, jne). Aatomite kiirgusspektrid, nagu ka neeldumisspektrid, on neist lihtsaimad, kuna nad on diskreetsed ja koosnevad eraldi asetsevatest spektrijoontest. Seejuures omab iga keemiline element kindlat, temale iseloomulikku spektrit, st kiirgab elektromagnetkiirgust ainult kindlatel, talle omastel lainepikkustel. Viimasel asjaolul põhineb spektraalanalüüs – aine keemilise koostise kindlakstegemine spektrijoonte kaudu.

Aatomid kiirgavad laias lainepikkuste vahemikus, röntgenkiirgusest kuni raadiolaineteni. Kuna spektrid on üldiselt üsna keerukad, on ka aatomspektrite kirjeldamine ja nende tekkimise seletamine keeruline ning mõistliku kiirgusteooria loomine ei läinud kergelt.

Optilised spektrid avastati 19. sajandi keskpaiku G.R. Kirchhoffi ja R.W. Bunseni poolt. Sellest ajast algas ka spektrite mõõtmine ja analüüs. Osutus, et lihtsaim spekter on vesinikul. Nähtava spektriosa põhilised kiirgusjooned alates punasest on järgmised:



Nagu näha, tähistatakse neid kreeka tähestiku tähtedega ja nimetatakse vastavalt H_α joon, H_β joon jne.

Olgugi, et spektri tekkimine jäi selgusetuks, õnnestus J.J. Balmeril aastal 1885 tuletada lihtne valem H-aatomi spektrijoonte sageduste arvutamiseks

$$\omega = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{p^2} \right), \quad p = 3, 4, \dots$$

Võttes $p = 3$, saame H_α joone, $p = 4$ korral H_β joone, jne.

Valemis esinevat konstanti R nimetatakse Rydbergi konstandiks. Algul leiti ta katselt ja alles kvantteooria andis avaldise selle konstandi arvutamiseks. Rydbergi konstandi arvuline väärtus on

$$R = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

Hiljem selgus, et vesinikul on olemas veel teised spektriseeriad, mille sagedusi saab arvutada analoogilise valemiga, võttes sulgude sees oleva arvu 2 asemele ülejäänud naturaalarvud

$$\omega = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right), \quad m > n .$$

Vesiniku spektriseeriad kannavad nimetusi:

n = 1	Lymani seeria	UV piirkonnas
n = 2	Balmeri seeria	nähtavas piirkonnas
n = 3	Pascheni seeria	IP piirkonnas
n = 4	Bracketti seeria	IP piirkonnas
jne		

Teiste aatomite spektrid on oluliselt keerukamad ja sarnaseid lihtsaid valemeid, nagu vesinikul, enam tuletada ei õnnestunud. Sellegipoolest õnnestus leida mõningaid seaduspärasusi ka teiste aatomite spektrites ja ennustada teadaolevate spektrijoonte kaudu uute spektrijoonte olemasolu. Üheks selliseks printsiibiks oli Ritzi kombinatsiooniprintsiip (1905): kui ω_1 ja ω_2 on mingi aatomi kahe spektrijoone sagedused, siis tihti on selle aatomi spektris ka joon sagedusega $\omega_1 + \omega_2$ või $\omega_1 - \omega_2$. Hiljem avastati üldisem printsiip: iga spektrijoone sagedus on esitatav kahe arvu - spektraaltermi - vahena. Selle järgi iseloomustaks iga aatomit kindel arvude – spektraaltermid - rida

$$T_1, T_2, \dots, T_n, \dots .$$

Aatomi spektrijoonte sagedused avalduksid nende arvude vahena kujul

$$\omega_{ij} = T_i - T_j$$

(eeldusel, et $T_i > T_j$). Nüüd muutub arusaadavaks ka Ritzi kombinatsiooniprintsiip. Kui näiteks $\omega_{12} = T_1 - T_2$ ja $\omega_{13} = T_1 - T_3$, siis on spektrijooneks ka

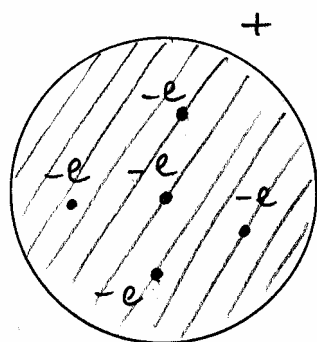
$$\omega_{23} = T_2 - T_3 = \omega_{13} - \omega_{12} .$$

Nagu me hiljem näeme, on spektraaltermid seotud aatomi energianivoode energiaga $T_i = E_i/\hbar$.

6. Aatomimudelid

Thomsoni aatomimudel, Rutherfordi ehk planetaarne aatomimudel, aatomituum, kaasaegne aatomimudel

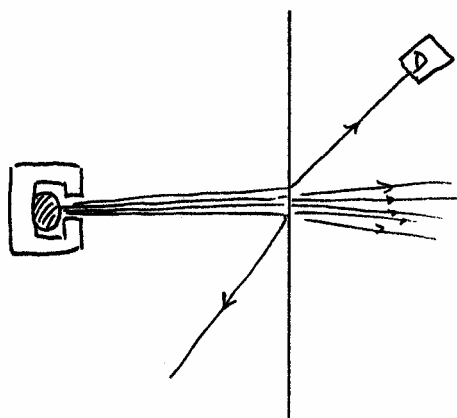
Selleks, et seletada aatomspektrite tekkimist, peab meil olema mingi ettekujutus aatomist ja sellest, kuidas seal kiirgus tekib. Seepärast vaatame järgnevalt füüsikas kasutusel olnud aatomimudeleid.



Esimene arvestatav aatomimudel oli Thomsoni mudel (1902). Selle mudeli järgi kujutab aatom endast positiivselt laetud kera läbimõõduga ca 1 \AA , mille sees on negatiivselt laetud elektronid. Aatomite mõõtmeid saab kindlaks teha lihtsa arvutusega, teades molaarmassi, Avogadro arvu ja tihedust. See annabki aatomi läbimõõduks ca 1 \AA . Thomsoni mudel tekkis järgmiselt: kuna J.J. Thomson avastas elektroni ja see oli tol ajal ainuke teadaolev aine koosseisu kuuluv mikroosake, siis pidid elektronid tingimata kuuluma aatomi koosseisu, ülejäänud kohta aga ei olnud mingit katselist informatsiooni. Kuna aatomid on elektriliselt neutraalsed, tuligi aatomisse lisada elektronide negatiivset laengut tasakaalustav positiivne laeng, mida Thomson kujutas positiivselt laetud kerana.

Piltlikult väljendades meenutab Thomsoni aatom rosinakuklit, kus rosinate rollis on elektronid.

Vaatamata näilisele primitiivsusele, seletas Thomsoni mudel valguse dispersiooni tekkimise ja mõningal määral ka aatomite kiirgamist. Oletame lihtsuse mõttes, et aatomi positiivne laeng on kera jaotunud ühtlaselt. Sel juhul on elektriväli kera sees võrdeline kaugusega kera keskpunktist $E \sim r$. Kui elektron viia kera keskpunktist kaugusele r , mõjub talle jõud, mis on võrdeline kaugusega ja suunatud tasakaaluasendi poole (nn kvaasielastne jõud). Sellise jõu mõjul tekivad harmoonilised võnkumised, elektron hakkab võnkuma mingi kindla sagedusega ω ja klassikalise elektrodünaamika põhjal peab ka kiirgama sama sagedusega elektromagnetlainet. Olgugi, et me saime füüsikaliselt mõistliku seletuse aatomi kiirgamisele, on vaadeldava teooria puuduseks see, et aatom peaks kiirgama sagedust ω ja selle kordseid sagedusi $n\omega$. Sellist seaduspärasust aga tegelikes spektrites ei ole.

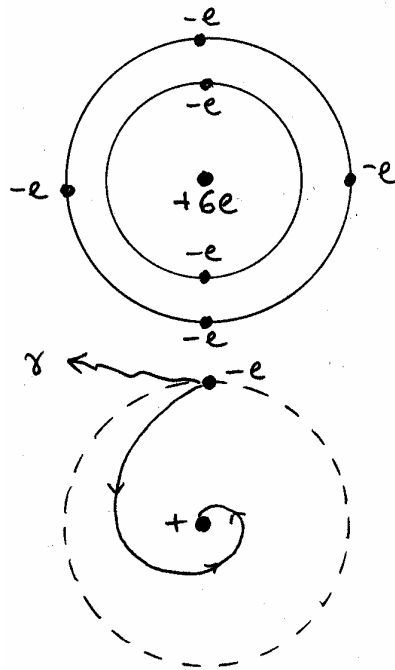


Järgmine aatomimudel oli Rutherfordi mudel ehk planetaarne mudel, mis järeldus E. Rutherfordi korraldatud katsetest α -osakestega aastatel 1908-1910. Õhukese metalllehe pommitamisel α -osakestega (He aatomi tuumad) uuriti nende hajumist.

Suurem osa α -osakesi läbis metalllehe praktiliselt otse, kaldudes oma esialgselt suunast kõrvale väga vähe ($2 \div 3^\circ$). Üllatavaks tulemuseks oli aga see, et osa osakesi hajus ka suuremate nurkade all ja leidis isegi osakesi, mis pörkusid metalllehel tagasi (ca 1 osake

8000 α -osakesest).

See, et leidus ka tagasipõrkuvaid α -osakesi, oli väga üllatav, sest olemasoleva Thomsoni mudeli järgi on aatomi sees kerged elektronid, mis ei ole suutelised massiivseid α -osakesi kõrvale kallutama. Rutherfordi enda tabava võrdluse kohaselt oleks α -osakese tagasipõrkumine sama kui kahurikuuli tagasipõrkumine tema ette asetatud paberilehelt. Katse-tulemuste seletamiseks tuli oletada, et aatomi keskel on positiivselt laetud massiivne tuum (läbimõõduga ca 10^{-15} m), millesse on koondunud praktiliselt kogu aatomi mass. Kui aatomis on Z elektroni, on tuuma laeng Ze . Hiljem selgus, et tuuma laengu ja elektronide arvu annab elemendi järjekorranumber Z perioodilisuse süsteemis.

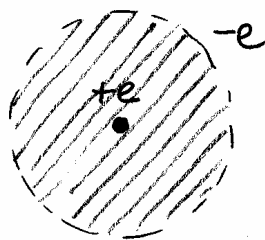


Kuna elektronide kogumass on võrreldes tuuma massiga väike, siis oli aatom Rutherfordi arvates sarnane planetaarse süsteemiga. Aatomi keskel on massiivne tuum, mille ümber tiirlevad kerged elektronid, nii nagu planeedid ümber Päikese. Ainus erinevus on selles, et Päikese ümber tiirlevad planeedid on erinevad, tuuma ümber tiirlevad elektronid aga ühesugused. Kõrval toodud joonisel on kujutatud sellele mudelile vastav süsiniku aatom.

Olgugi, et see mudel järelendus otseselt katsest ja tundus seetõttu reaalse aatomimudelina, põrkus ta kohe kokku ühe tõsise põhimõttelise raskusega. Rutherfordi mudel ei ole klassikalise elektrodünaamika seisukohalt stabiilne, sest iga kiirendusega liikuv laetud osake kiirgab elektromagnetlainet. Tuumade ümber tiirlevad elektronid liiguvad kiirendusega ja seetõttu peaksid nad kiirendusega kaotama pidevalt energiat. Lõpuks peaksid energiat kaotanud elektronid üsna lühikese ajaga "kukkuma" tuumale.

Kuna aga meie kogemus viitab sellele, et aatomid on stabiilsed, tuleb nimetatud vastuolule leida lahendus. Esimesena tegi seda taani füüsik N. Bohr, kes lõi esimese arvestatava aatomispektrite tekkimise teooria. Varsti me näeme, et Bohri teooria oli samuti alles esimene etapp tegeliku kvantteooria loomisel ja ka selle aluseks võetud Rutherfordi mudel pole päris õige.

Selle punkti lõpetuseks anname kaasaegse ettekujutuse aatomist. Aatomi keskel on küll endistviisi massiivne positiivselt laetud tuum, nagu see oli Rutherfordi mudelis ja järelendus tema katsetest, kuid elektronid tuuma ümber ei tiirle, st ei liigu nagu klassikalised osakesed kindlaid trajektoore mööda, vaid moodustavad tuuma ümber teatud kindla kujuga elektronpilve.



Kaasaegse ettekujutuse järgi näeks H-aatom välja umbes nii, nagu on kujutatud kõrvaloleval joonisel. Aatomi keskel on positiivselt laetud tuum (prooton), elektroni laeng on aga ruumis „laiali määratud”, moodustades elektronpilve. Nagu näha, on kaasaegsel mudelil ühiseid jooni mõlema eespool vaadatud mudeliga, kusjuures väline pilt sarnaneb isegi rohkem Thomsoni mudeliga. Vahe on selles, et nüüd on negatiivne laeng ruumiliselt jaotunud ja positiivselt laetud tuum on selle sees.

7. Bohri teooria

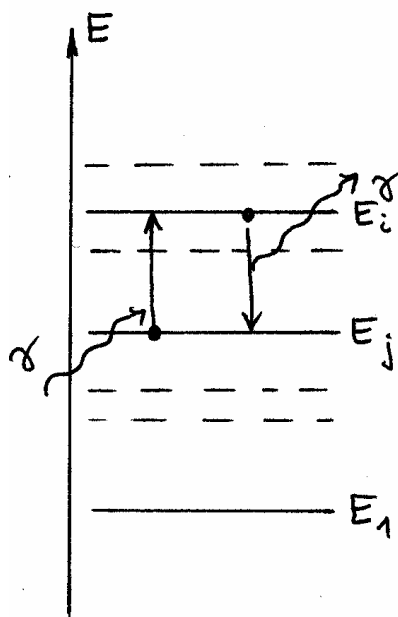
Statsionaarsed energianivood, Bohri postulaadid, Bohri kvanttingimus, vesiniku aatom Bohri teoorias, Bohri raadius, peakvantarv, ionisatsioonenergia, Franck-Hertzi katse, taandatud mass, vesiniku-sarnane aatom

Esimese arvestatava teooria aatomspektrite seletamiseks lõi 1913. aastal taani füüsik N. Bohr. Ta võttis aluseks Rutherfordi planetaarse aatomimudeli ja oletas, et elektronide kõikvõimalike olekute hulgas leiduvad nn statsionaarsed olekud, kus elektronid omavad kindlat energiat ja liiguvad nii, et ei kiirga. Kuna elektronid liiguvad planetaarse mudeli kohaselt kindlaid (ringjoonelisi või elliptilisi) orbiite mööda, siis tähendas Bohri oletus seda, et kõikide klassikalise füüsika järgi lubatavate orbiitide hulgast võib elektron mingil seni teadmata põhjusel liikuda ainult teatavatel kindlatel ehk statsionaarsetel orbiitidel. Ainult nendel orbiitidel liikudes elektronid ei kiirga. Kuna igale orbiidile vastab kindel energia, oleks igal aatomil oma kindel statsionaarsete energianivoode jada: $E_1, E_2, \dots, E_n, \dots$. Kõige madalamale energiale vastavat olekut nimetatakse põhiolekuks, ülejäänuid aga aatomi ergastatud olekuteks.

Kiirgamine või neeldumine aatomis toimub Bohri järgi elektroni üleminekul ühest statsionaarsest olekust teise, teisisõnu, ühelt lubatud orbiidilt teisele, kusjuures kiiratava footoni energia on võrdne nende olekute energiatega vahega.

Need oletused sõnastas Bohr kahe postulaadina:

I Aatomis leiduvad olekud (statsionaarsed olekud), milles aatom on stabiilne ja ei kiirga. Järgmisel joonisel on kujutatud statsionaarsetele olekutele vastav energia.



II. Üleminekul ühest statsionaarsest olekust teise aatom kas kiirgab (üleminekul kõrgemalt energianivoolt madalamale) või neelab (üleminekul madalamalt energianivoolt kõrgemale) elektromagnetkiirgust, mille energia avaldub valemiga

$$\hbar\omega_{ij} = E_i - E_j \quad (E_i > E_j) .$$

Kiirguva või neelduva footoni sagedus avaldub siit kujul

$$\omega_{ij} = \frac{E_i - E_j}{\hbar} .$$

On selge, et neist kahest postulaadist ei piisa statsionaarsete olekute energia leidmiseks. Lisaks peab olema mingi tingimus, mis võimaldaks kõikvõimalike orbiitide hulgast välja valida need, millel liikudes aatom ei kiirga. Seetõttu

lisas Bohr veel ühe oletuse, mida tavaliselt nimetatakse Bohri kvanttingimuseks. Lihtsaimal kujul on Bohri kvanttingimus järgmine: statsionaarsed olekud on need, mille korral elektroni impulsimoment on võrdne täisarvukordse Plancki konstandiga

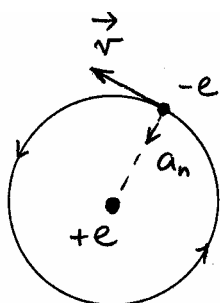
$$L = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Ringjooneliste orbiitide korral ($L = mvr$) tähendab see järgmist seost

$$mvr = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Bohri teooria analüüsimiseks vaatame järgnevalt vesiniku aatomi statsionaarseid olekuid ja kiirgust.

H-aatom Bohri teoorias. Rakendame nüüd Bohri teooriat vesiniku aatomile, oletades, et elektron tiirleb ringjoonelist orbiiti mööda.



Kuna elektroni ja tuuma vahel mõjub kuloniline tõmbejõud, siis Newtoni II seaduse põhjal võime kirjutada

$$ma_n \equiv \frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \equiv b \frac{e^2}{r^2}.$$

(edasiste valemite kuju lihtsustamiseks tähistame $b = 1/4\pi\epsilon_0 \approx 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$).

Seda valemit ja Bohri kvanttingimust kasutades saame elektroni orbiidi raadiuse ja elektroni kiiruse arvutamiseks kaks võrrandit

$$mv^2 = b \frac{e^2}{r}, \quad mvr = n\hbar,$$

millest esimest võime lugeda klassikaliseks ja teist kvantvõrrandiks.

Statsionaarsete orbiitide raadiused. Asendades viimasest võrrandist kiiruse $v = n\hbar/mr$ esimesse, saame peale lihtsaid teisendusi statsionaarsete orbiitide raadiuseks

$$r_n = \frac{\hbar^2}{mbe^2} n^2 \equiv r_0 n^2, \quad n = 1, 2, \dots$$

Kuna raadiuse väärtus sõltub täisarvust n , siis on raadiusele lisatud ka vastav indeks n . Esimese Bohri orbiidi ($n = 1$) raadiust

$$r_0 = \frac{\hbar^2}{mbe^2} = 0,53 \text{ \AA}$$

nimetatakse Bohri raadiuseks. Raadiuse arvulist väärtust kasutades saame vesiniku aatomi diameetriks ca 1 \AA , mis on heas kooskõlas varem toodud hinnanguga.

Elektroni kiirus statsionaarsel orbiidil. Asendades raadiuse, saame valemi elektroni kiiruse arvutamiseks antud orbiidil

$$v_n = \frac{be^2}{\hbar} \cdot \frac{1}{n}, \quad n=1, 2, \dots$$

Arvutades kiiruse esimesel Bohri orbiidil, saame tulemuseks $v_1 = be^2/\hbar \approx 2,2 \cdot 10^6$ m/s. Viimane annab ettekujutuse elektroni kiirusest aatomis.

Statsionaarsete olekute energia. Järgnevalt arvutame vesinikuaatomi statsionaarsete olekute energiad. Selleks avaldame elektroni koguenergia ja sellest lähtudes vesiniku kiirgusspektri. Elektroni koguenergia (kineetiline pluss potentsiaalne) on

$$E = \frac{mv^2}{2} - e\varphi(r) \equiv \frac{mv^2}{2} - b \frac{e^2}{r}$$

Kuna ringorbiidi korral $be^2/r = mv^2$, võime koguenergia avaldada ainult kineetilise energia kaudu

$$E = -\frac{mv^2}{2}$$

Asendades siia kiiruse n-dal orbiidil, saame vastavaks elektroni energiaks

$$E_n = -\frac{mb^2e^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad n=1, 2, \dots$$

Nagu näha, sõltub statsionaarsete olekute energia samuti ühest täisarvust n. Kuna analoogilisi sõltuvusi oli teisigi, siis hakati selliseid täisarve nimetama kvantarvudeks, kusjuures seda täisarvu, millest sõltub aatomi energia, nimetatakse peakvantarvuks.

Vesiniku spekter. Teades energiat, arvutame vesiniku spektrijoone sageduse üleminekul $p \rightarrow n$ (p-ndalt nivoolt n-dale nivoole)

$$\omega = \frac{E_p - E_n}{\hbar} = \frac{mb^2e^4}{2\hbar^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right)$$

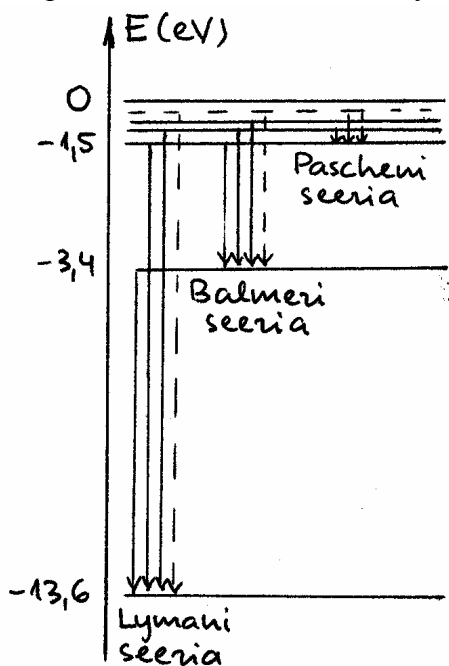
Võrreldes seda paragrahvis 5 toodud Balmeri valemiga, saame Bohri teooriast avaldise Rydbergi konstandi arvutamiseks

$$R = \frac{mb^2e^4}{2\hbar^3}$$

Seda konstanti kasutades võime energia avaldada lühemalt

$$E_n = -R\hbar \frac{1}{n^2}$$

Järgnevalt esitame veel vesinikuaatomi energianivoode skeemi ja selgitame vesiniku spektraalseeriade tekkimise. Lymani seeria tekib elektroni üleminekutel kõrgematelt nivoodelt põhiniivoole, ehk kõige madalamale energianivoole. Balmeri seeria, mis asetses nähtavas spektriosas, tekib siis, kui elektroni alumiseks energianivooks on teine nivoo, jne.



Lõpetuseks leiame veel vesiniku ionisatsioonienergia. See on minimaalne energia, mis tuleb anda põhiolekus olevale elektroni, et eemaldada teda vesiniku aatomist (tekib vabast prootonist ja elektronist koosnev süsteem).

Elektron ei ole enam prootoniga seotud kui elektroni koguenegia $E \geq 0$. Seetõttu on ionisatsioonienergia

$$E_i = -E_1 = R\hbar .$$

Asendades konstantide väärtused ja teisendades tulemuse elektronvoltideks, saame

$$E_i = 13,6 \text{ eV} .$$

Kommentaariid.

1. Nagu me nägime, andis Bohri teooria H-aatomi korral väga hea tulemuse, seletades ära selle spektri tekkimise ja andes õige valemi spektrijoonte sageduse arvutamiseks. Lisaks sellele andis teooria ka valemi Rydbergi konstandi arvutamiseks. Nagu näha, avaldub Rydbergi konstant Plancki konstandi kaudu, mis tähendab, et klassikalisesest teooriast pole seda võimalik leida.

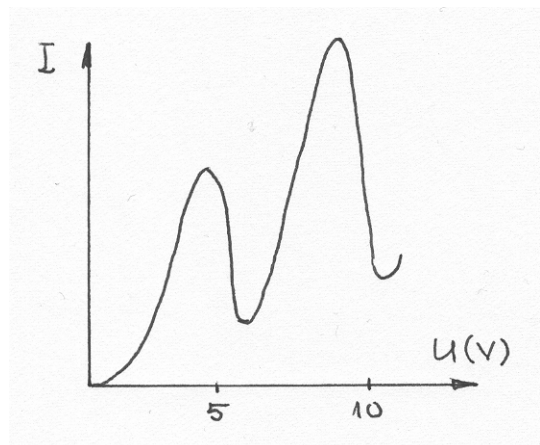
Teiste aatomite korral Bohri teooria enam õigeid energia väärtusi ei andnud, mis tähendas seda, et Bohri teooria oli alles esimene samm tegeliku kvantteooria – kvantmehaanika- loomisel. Bohr ise oli samuti oma teooria puudustest hästi teadlik, sest kasutati ju põhiliselt klassikalist füüsikat ja teatavate lisaoletuste sissetoomisega püüti saada katsega kooskõlas olevaid tulemusi.

Nagu hilisem kvantteooria näitas, oli Bohri teoorias õige tema oletus diskreetsetest statsionaarsetest olekutest, samuti ka oletus, et valguse kiirgumine ja neeldumine toimub üleminekul ühest statsionaarsest olekust teise (Bohri kaks postulaati). Lähtudes ainuüksi statsionaarsete olekute ideest, andis Bohr kvalitatiivse seletuse paljudele seaduspärasustele mikromaailmas. Nagu me järgnevas näeme, ei saa aga rääkida elektronide tiirlemisest ümber tuuma.

Mis aga puutus Bohri kvanttingimusse, siis see ei osutunud õigeks ja seetõttu ei andnud teiste aatomite energianivoode arvutamisel õigeid tulemusi. Aatomis on elektronidel küll kindla energiaga statsionaarsed olekud, kuid neid saab aga leida ainult kvantmehaanikat kasutades. Nii üllatav kui see ka pole, oli õige tulemus H-aatomi energiatega jaoks lihtsalt õnnelik juhus. Hiljem me näeme, et tegelikud elektroni impulsimomendi väärtused vesiniku aatomis on üldiselt teistsugused.

Sellegipoolest oli Bohri teooria väga oluliseks sammuks edasisel kvantteooria kujunemisel, sest nagu öeldud, oli oletus aatomi diskreetsetest energianivoodest õige. 1922. a. anti N. Bohrile aatomite struktuuri ja kiirguse uuringute eest Nobeli füüsikapreemia.

2. Franck-Hertzi katse (1913). Bohri oletust diskreetsetest energianivoodest kontrollisid katseliselt saksa füüsikud J. Franck ja G. Hertz. Nad uurisid elektronide hajumist Hg-aatomitel. Elektronide põrked aatomitega võivad olla kas elastsed või mitteelastsed. Elastsel põrkel elektronide energia teatavasti ei muutu, muutub ainult nende liikumissuund. Mitteelastsel põrkel aga kaotab elektron energiat, andes seda Hg-aatomile. Juhul kui aatomis on tõepoolest diskreetseid energianivoode, siis on elektroni üleviimiseks aatomi ühelt nivooalt teisele vaja



kulutada energiat, mis on võrdne vaadeldavate energianivoode vahega. Järelikult on siis, kui pealelangeva elektroni energia on võrdne energiaga, mis on vajalik aatomis oleva elektroni üleviimiseks ühelt nivooalt teisele, põrge mitteelastne ja pealelangev elektron kaotab energiat. Muudel energiatel on aga põrge elastne. Franck-Hertzi katse näitas, et muutes pealelangevate elektronide energiat, muutuvad elektronide põrked Hg-aatomitega oluliselt mitteelastseks ainult teatud energiaväärtuste korral, mis tõestaski diskreetsete energianivoode olemasolu aatomis. Kõrvalolev joonis näitab, et

elektrone kiirendava pinge väärtustel 4,9 V, 9,8 V, jne muutub elektronidega seotud voolutugevus hüppelielt, mis tõestab, et nende energiatel 4,9 eV, 9,8 eV, jne muutuvad põrked järsult mitteelastseks, elektronid kaotavad energiat ja voolutugevus järsult kahaneb.

J. Franck ja G. Hertz said oma uuringute eest 1925. aasta Nobeli füüsikapreemia.

3. Meie poolt eespool toodud Bohri teooria polnud päris täpne ka seetõttu, kuna me eeldasime, et tuuma mass on väga suur (teoreetiliselt lõpmatu) ja tuum on paigal. Olgugi, et tuuma mass M on kolm suurusjärku suurem elektroni massist m , tuleb ka tuuma liikumist arvestada. Tegemist on kahe keha (tuum ja elektron) liikumisega nende ühise massikeskme ümber. Nagu mehaanika kursuses näidatakse, iseloomustab kehade omavahelist liikumist kahe keha süsteemi taandatud mass. Seetõttu tuleb eespool tuletatud valemites võtta elektroni massi asemel elektroni ja tuuma taandatud mass μ , mis avaldub kujul

$$\mu = \frac{Mm}{M + m} .$$

Kuna elektroni mass on palju väiksem tuuma massists - $m \ll M$ - võib taandatud massi avaldada järgmiselt

$$\mu = \frac{m}{1 + \frac{m}{M}} \approx m \left(1 - \frac{m}{M} \right) .$$

Saadud valemist on näha, et taandatud massi erinevus elektroni massist on küll väike, kuid spektrijoonte sageduse arvutamisel siiski oluline, eriti vesiniku aatomi korral. H-aatomi spektrijoonte arvutamisel tuleb meil Rydbergi konstant avaldada taandatud massi kaudu

$$R = \frac{\mu b^2 e^4}{2\hbar^3} .$$

Tähistades varem leitud Rydbergi konstanti, mis eeldas, et tuum on lõpmata suure massiga

$$R_\infty = \frac{mb^2 e^4}{2\hbar^3} ,$$

saame kahe Rydbergi konstandi vahel järgmise seose

$$R = \left(1 - \frac{m}{M}\right) R_\infty .$$

Siit on näha, et tuuma massi arvestamine muudab veidi spektrijoonte sagedusi. Kuna spektraalmõõtmised on üldiselt sedavõrd täpsed, et võimaldavad spektrijoonte lainepikkusi väga suure täpsusega määrata, siis tuleb ka tuuma liikumist arvestada.

Kuna spektrijoonte lainepikkuste arvutamisel tuleb arvestada taandatud massi, on ka ühe aatomi isotoopidel veidi erinevad spektrijooned. Nii erineb tavalise vesinikuaatomi spekter vesiniku isotoobi – deuteeriumi – spektrist, sest tavalise vesiniku tuumaks on prooton, deuteeriumi tuum koosneb aga omavahel seotud prootonist ja neutronist (deutronist), olles tavalise vesiniku tuumast ligi kaks korda massiivsem. Samal põhjusel erineb tritiumi spekter nii tavalise vesiniku kui ka deuteeriumi spektrist, sest tritiumi tuumas on lisaks prootonile kaks neutronit.

4. H-aatomi energianivoode arvutamise tulemused on lihtsalt üldistatavad nn vesinikusarnaste aatomite juhule. Vesinikusarnaseks loetakse aatomit, mis on sedavõrd ioniseeritud, et tuuma ümber liigub ainult üks elektron. Tegemist on seega ioniseeritud aatomiga, mille tuuma laeng on Ze , tuuma ümber aga liigub ainult üks elektron. Kogu arvutus on sama, nagu varem toodud, ainuke erinevus on selles, et tuuma laenguks on Ze , mis tähendab, et e asemel tuleb võtta Ze . Teistes valemities tuleb teha vastavalt asendused $e^2 \rightarrow Ze^2$ ja $e^4 \rightarrow Z^2e^4$. Seetõttu saame vesinikusarnase aatomi energianivoode ja spektrijoonte arvutusvalemid samal kujul

$$E_n = -R\hbar \frac{1}{n^2} ,$$

$$\omega = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right) ,$$

ainult Rydbergi konstant on nüüd

$$R = \frac{\mu b^2 Z^2 e^4}{2\hbar^3} .$$

Olgu siin lisatud, et vesinikust raskemate elementide puhul (heelium, liitium, ...) võib arvutustes kasutada taandatud massi asemel elektroni massi ($\mu \approx m$).

5. Positroonium. Positroonium kujutab endast elektroni ja positroni (antielektroni) seotud süsteemi. Sellise süsteemi eluiga on küll väike, sest elektron ja positron annihileeruvad, tekitades kaks γ -kvanti, kuid enne seda võib positrooniumi vaadata süsteemina, millel on kindlad energianivood ja mis üleminekutel kiirgab või neelab energiat. Arutlus on formaalselt sama, nagu vesinikuaatomi korral, ainult elektroni mass tuleb asendada taandatud massiga. Nüüd aga

kaasneb sellega oluline erinevus, sest positroni mass on võrdne elektroni massiga ja ülemisest valemist saame positrooniumi taandatud massiks pool elektroni massi

$$\mu = \frac{m^2}{m+m} = \frac{m}{2} .$$

Arvutades nüüd positrooniumi spektrijooni, tuleks kasutada Rydbergi konstanti, mis on varem leitud vesiniku aatomi Rydbergi konstandist poole väiksem. Ilmselt on poole väiksemad ka vastavate spektrijoonte sagedused (lainepikkused aga vastavalt poole suuremad).

Kuidas kujutada elektroni ja positroni liikumist positrooniumis. Kuna mõlema osakese massid on ühesugused, siis on nende masskese osakesi ühendava sirge keskel. Kui vaadata ringjoonelisi orbiite, siis tiirlevad mõlemad ühesuguseid ringjooni mööda süsteemi masskeskme ümber. Võrreldes seda vesiniku aatomiga on liikumie analoogiline, vahe on lihtsalt selles, et massiivse tuuma tõttu on süsteemi masskese tuuma lähedal, mistõttu tuum liigub küll samuti masskeskme ümber, nagu ka elektron, ainult et tuumaorbiitide raadius on väga väike, võrreldes elektroni orbiidi raadiusega.

8. Osakeste lainelised omadused

Valgus – elektromagnetlainet ja osakeste voog, de’Broglie hüpotees, osakese lainepikkus ja sagedus, elektronide difraktsioon, de’Broglie laine, röntgenkiirgus, pärsskiirgus, karakteristlik kiirgus, röntgenkiirte difraktsioon, Braggi tingimus

Klassikalise elektrodünaamika seisukohalt kujutab valgus endast elektromagnetlainet. Monokromaatset lainet iseloomustab kindel sagedus ω ja lainepikkus λ , mis on omavahel seotud valemiga $\omega\lambda = 2\pi c$. Lainetele iseloomulikud füüsikanähtused on interferents ja difraktsioon. Teiselt poolt, nagu me antud peatüki algul nägime, kujutab valgus endast ka osakeste (footonite) voogu. Seejuures on osakesi iseloomustavad suurused, energia ja impulss seotud elektromagnetlainet sageduse ja lainepikkusega järgmiselt

$$E = \hbar\omega, \quad p = \frac{E}{c} = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda} .$$

Valgusel on seega kaheksugune ehk dualistlik loomus – ta on nii laine kui ka osake, kusjuures mõnedes katsetes ilmnevad rohkem valguse lainelised, teistes aga osakeselised omadused.

Siin puutume esimest korda kokku olukorraga, kus me mikromaailma enam piltlikult ette kujutada ei saa. Põhjus on selles, et meie poolt ette kujutatavad mudelid pärinevad meid ümbritsevast makromaailmast, milles me iga päev elame. Selles makromaailmas aga pole objekte, mis oleks samaaegselt nii lained kui ka osakesed. Ühelt poolt tähendab see seda, et me mikroosakesi ja järelikult ka mikromaailmas toimuvaid protsesse piltlikult ette kujutada ei saa,

teiselt poolt aga seda, et ilmselt valitsevad mikroosakeste maailmas teistsugused seaduspärasused kui makroskoopilises maailmas.

Kui valguse korral järeldub dualistlik loomus otseselt katsetest, siis meie „tavamõistes” osakeste (elektronid, protonid, neutronid, jt) korral püüame neid ikka kujutada väikeste „kuulikestena”, millel on kindel mass, elektrilaeng ja teised seda osakest iseloomustavad tunnused. Seda kinnitavad ka katsed, sest mõõteriistad registreerivad osakesi kui tervikuid, ükski seade pole seni registreerinud näiteks poolt või veerandit elektroni. Seetõttu tundub, et erinevalt valgusest on ülejäänud osakestega asi selge ja neil pole lainetega mingit seost.

Seetõttu oli füüsikutele suureks üllatuseks kui 1924.a. prantsuse füüsik L. de Broglie oletas, et mikroosakestel (elektron, proton, ...) on samaaegselt ka lainelised omadused. Seejuures de Broglie oletas, et osakeste energia $E = mc^2$ ja impulss $p = mv$ on seotud nende sageduse ja lainepikkusega samal viisil, nagu valguse korralgi

$$\omega = \frac{E}{\hbar} = \frac{mc^2}{\hbar}, \quad \lambda = \frac{2\pi \hbar}{p} = \frac{2\pi \hbar}{mv} .$$

Seda oletust ei võetud esialgu kuigi tõsiselt, sest mikroosakesi, nagu elektronid, protonid, jt kujutati kogu aeg ette osakestena, mis omavad kindlat massi, elektrilaengut ja teisi füüsikalisi karakteristikuid. Laine on aga objekt, mis pole ruumis teatavasti lokaliseeritud. Kui osake oleks samaaegselt ka laine, peaks osakestel samuti ilmnema interferentsi- ja difraktsiooninähtused. Nende kirjeldamisel võib laine lahutada mitmeks koherentseks laineks ja seetõttu peaks ka elektron või mõni muu mikroosake kui laine samuti „lahutama” osadeks. Seepärast tunduski ettekujutus osakestest kui lainetest ebareaalne ja küsimuse sai lahendada ainult eksperiment.

Osakeste lainelised omadused tõestati katseliselt alles 1927.a., kui C.J. Davisson ja L. Germer ning neist sõltumatult G.P. Thomson said elektronide difraktsioonipildi kristallilt. Elektronid tekitasid täpselt samasuguse difraktsioonipildi, nagu sama suure lainepikkusega röntgenkiirgus. Nüüdseks on katseliselt tõestatud ka paljude teiste mikrosüsteemide, nagu näiteks protonid, neutronid, aatomid ja molekulid, lainelised omadused. Seega on tõepoolest ka tavaettekujutuses olevatel osakestel dualistlik loomus, nad on nii lained kui ka osakesed.

Järgnevalt vaatame de Broglie lainete mõningaid omadusi. x-telje sihilise siinuselise laine võib teatavasti esitada kujul

$$\psi(x,t) = A \cos(\omega t - kx) ,$$

kus lainearv k on seotud lainepikkusega järgmiselt

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} .$$

Esitame selle laine kompleksarvulisel kujul

$$\psi(x,t) = A e^{-i(\omega t - kx)} .$$

Klassikalises füüsikas on laine kompleksarvuline kuju lihtsalt mugav vahend lainetega seotud arvutuste tegemiseks, sest eksponente on lihtne diferentseerida ja integreerida. Kuna füüsikalised

suurused on reaalarvulised, siis nende saamiseks tuleb pärast arvutusi eraldada reaalosa. Nii on ka eespool toodud siinuseline laine viimati toodud kompleksarvulise laine reaalosa. Edaspidi me aga näeme, et mikromaailmas on lainete kompleksarvuline esitus täiesti loomulik ja mingeid probleeme ei tekita.

Arvestades de'Broglie valemeid, võime ülaltoodud laine avaldada energia ja impulsi kaudu ($\omega = E/\hbar$, $k = 2\pi/\lambda = p/\hbar$)

$$\psi(x, t) = A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}$$

Kui esimene laine kuju oli antud lainekarakteristikute (sagedus, lainearv) kaudu, siis antud kuju kasutab osakesele iseloomulikke karakteristikuid.

Leiame de'Broglie laine faasikiiruse

$$v_f = \frac{\omega}{k} \equiv \frac{E}{p}$$

Arvestades relatiivsusteooriast tuntud seost osakese energia ja impulsi vahel: $E = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_0^2 c^4}$, saame

$$v_f = \frac{\sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}}{p} > c,$$

mis tähendab, et de'Broglie laine faasikiirus on suurem valguse kiirusest vaakumis.

Kuna valguse kiirus on piirikiiruseks looduses, siis tundub, et de'Broglie laine ei saa reaalselt osakest kirjeldada. Tegelikult on aga lõputu siinuseline laine idealisatsioon, mida reaalsuses ei eksisteeri. Samuti on ka faasikiirus suurus, mis näitab sama faasiga punktide levimiskiirust, mitte aga mingi füüsikalise suuruse, ega ka osakese levimiskiirust. Seetõttu ei saa ainuüksi faasikiiruse järgi otsustada, kas lainekirjeldus sobib või mitte ja tuleb analüüsida laine rühmakiirust.

Reaalsed lained on suuremal või vähemal määral ruumis lokaliseeritud, mis tähendab, et nad kujutavad endast mitte ühe, vaid mitme (enamasti lõputu) siinuselise laine superpositsiooni. Selline lokaliseeritud laine ehk lainepakett võiks osakeste laineteooria põhjal kujutada ruumis liikuvat osakest. Lainepakett kannab endaga energiat ja impulssi, mille levimiskiiruse annab laine rühmakiirus

$$v_r = \frac{d\omega}{dk} \equiv \frac{dE}{dp}$$

Kasutades relativistlikke valemeid $E = mc^2 = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_0^2 c^4}$ on lihtne veenduda, et de'Broglie osakese rühmakiirus on võrdne osakese tegeliku liikumiskiirusega v

$$v_r = \frac{dE}{dp} = \frac{pc^2}{\sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}} = \frac{mvc^2}{mc^2} = v$$

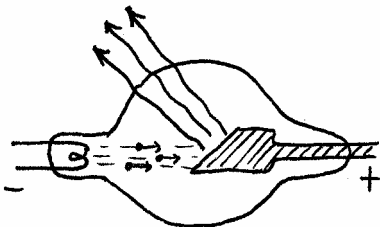
Nagu me näeme, on osakese kirjeldamine lainena täiesti võimalik. Hilisem kvantteooria kinnitas, et ülaltoodud de'Broglie laine kirjeldab tõepoolest x-telje sihis liikuvat kindla energia

ja impulsiga osakest või osakeste voogu. Järgmises peatükis anname de Broglie laine füüsikalise tähenduse.

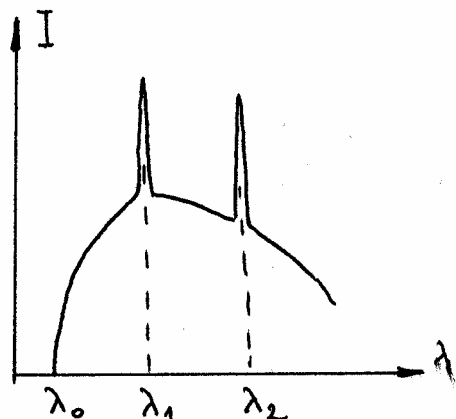
Kommentaariid.

1. Siin on huvitav märkida, et ettekujutus valgusest on füüsikas aegade jooksul oluliselt muutunud. I. Newton näiteks pidas valgust osakeste vooks. Sellel küll mingit katselist kinnitust ei olnud, kuid Newtoni suure autoriteedi tõttu jäi tema kaasaegse Huygensi valguse laineteooria tahaplaanile. Alles siis kui valguse interferents ja difraktsioon leidsid katselist kinnitust ning neid sai seletada ainult valguse laineteooriaga, oldi kindlad, et valgus on lainelise loomuga. Viimast kinnitas ka Maxwelli poolt kirja pandud elektrodünaamika, millest järeldus, et valgus on elektromagnetiline. Ka see sai H. Hertzi katsetest eksperimentaalse tõestuse ja nii oli valguse korral loomulikum pidada seda laineks ja valguse osakeseline loomus, mis järeldus nii fotoefektist kui ka Comptoni efektsit, tundus iseäralik. Ettekujutus valgusest kui osakeste voost erines oluliselt Newtoni arusaamadest, kuid oli siiski järeldus katsetest ja nii peamegi tunnistama, et valgus on samaaegselt nii osake kui ka laine. Mõnes katses, eriti siis kui kasutatakse lühikese lainepikkusega elektromagnetkiirgust, ilmned rohkem valguse osakeseline loomus, suurematel lainepikkustel aga käitub valgus rohkem lainena. Kui valguse korral leppisid füüsikud suhteliselt kiiresti asjaoluga, et valgus võib käituda kui osakeste vood, siis elektronide, protonite jt „osakeste” korral oli asi vastupidine, ettekujutus osakestest kui lainetest tundus täiesti vastuvõtmatu. Põhjus oli peamiselt selles, et senise ettekujutuse järgi on elektronid ja teised analoogilised „osakesed” tervikud, oma kindla elektrilaengu, massi ja teiste füüsikaliste omadustega, laine aga suurus, mida saab lahutada komponentideks. Et meie makromaailmas need kaks omadust on teineteist välistavad, siis püüti aastaid lahendada dualismi küsimust, kas ainult lainete, või ainult osakeste kasuks, kuid kõik need katsed lõppesid edutult. Ka siin näitas katse, et mõnedel juhtudel ilmnevad rohkem elektronide ja teiste analoogiliste osakeste lainelised, teistel juhtudel osakeselised omadused ning seepärast tuleb meil mikromaailmas valitsevat osakese-laine dualismi vaadata kui katses kinnitust leidnud tõsiasi ja tõdeda, et mikroosakesel on tõepoolest samaaegselt mõlemad omadused ning et mikromaailm on oluliselt erinev makromaailmast.

2. Röntgenkiirgus. 1895.a. avastas W.C. Röntgen kiirguse, mis tekkis kinnises vaakumtorus oleva anoodi pommitamisel elektronidega. Seda kiirgust hakati algul nimetama X-kiirguseks ja hiljem tema avastaja järgi röntgenkiirguseks. Kauga aega oli kiirguse päritolu ja olemus selgusetu ning alles 1912.-13.a. selgitati lõplikult, et tegemist on väga lühilainelise elektromagnetkiirgusega. Eespool vaadatud Comptoni efekt aga näitas, et teisalt on röntgenkiirgus ka osakeste voog.



Vaatame, milline on röntgentoru kiirgus. Röntgentoru spekter on üldiselt pidev (vt alumist joonist), algab ta kindlast lainepikkusest λ_0 . Pideva spektri foonil on üksikud teravad maksimumid. Röntgentoru pidev spekter seletub järgmiselt: pidev spekter tekib elektronide pidurdumisel anoodi aines ja seda nimetatakse seepärast pärsskiirguseks (levinud on ka saksakeelne nimetus Bremsstrahlung – pidurduskiirgus). Kindlatele lainepikkustele $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ vastavad maksimumid sõltuvad anoodi aineist ja seda nimetatakse röntgenspektri karakteristlikuks kiirguseks. Viimane tekib elektronide üleminekul anoodi aatomite madalamate energianivoode vahel (vt järgmise osa paragrahv 16).

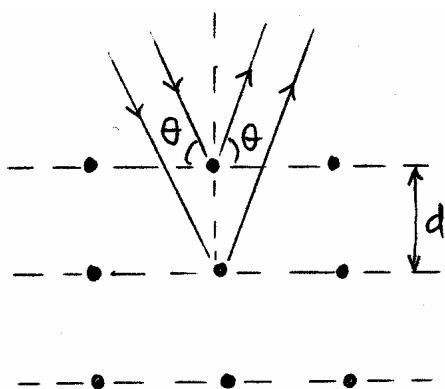


Minimaalne lainepikkus λ_0 sõltub röntgentoru pingest U . Anoodile liikudes saab elektron energia eU ja kui see kõik läheb ühe kiirguskvandi energiaks, saame $eU = \hbar \omega_0$, millest

$$\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega_0} = \frac{2\pi \hbar}{eU}.$$

Katse näitab viimase seose kehtivust.

Selleks, et tõestada röntgenkiirguse elektromagnetilist päritolu, oli vaja näidata röntgenkiirguse difraktsiooni. Tavaliste difraktsioonivõredega see ei õnnestunud, mis viitas röntgenkiirguse väga väikesele lainepikkusele. 1912.a. tuli M. von Laue ideele, et loodus on meid tahkete kehade kristallvõre näol varustanud looduslike difraktsioonivõredega. Sellest ideest lähtudes töötasid 1912.-13.a. W.G. Bragg ja W.L. Bragg välja teooria ja eksperimentaalsed meetodid röntgenkiirguse difraktsiooni uurimiseks.

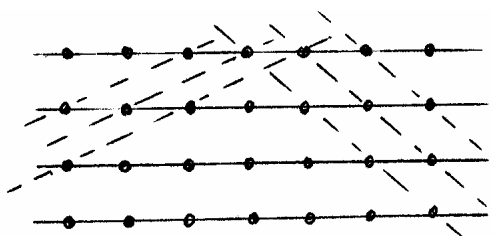


Aatomid moodustavad kristallis korrapärase struktuuri, kusjuures aatomitevaheline kaugus d on suurusjärgus $1 \div 4 \text{ \AA}$. Erinevus tavalisest difraktsioonivõrest seisneb selles, et nüüd on meil tegemist ruumilise võrega ja seetõttu on kristalli pinnale langeva kiiruse korral peegeldusvõimalusi rohkem. See aga ei muuda üldpõhimõtteid ja kiirgusmaksimumide tekkimine sõltub ikkagi ainult erinevatelt aatomitelt peegeldunud kiirte käiguvahest.

Ülemisel joonisel on kujutatud kuubilise kristall-võre tasandiline pilt. Nurga Θ all langemisel saame kahe vaadeldava kiire jaoks maksimumide tekkimise tingimuse

$$2d \sin \Theta = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

Viimast nimetatakse Braggi tingimuseks.



Difraktsioonipilt on röntgenkiirguse korral küllalt keeruline, sest kristallis on palju erinevaid tasandeid, millelt röntgenkiirguse peegeldumisel võib tekkida difraktsioon. Mõned neist on kujutatud kõrvaloleval joonisel.

Difraktsiooni uurimine kristallilt võimaldab määrata kristalli struktuuri ja seetõttu on röntgenstruktuurianalüüs üks vanemaid ja tuntumaid materjaliteaduse uurimismeetodeid võrekonstantide ja muude kristalli karakteristikute määramiseks.

Teatavasti said 1927.a. C.J. Davisson ja L. Germer ning G.P. Thomson elektronidega samasuguse difraktsioonipildi kristallilt nagu sama lainepikkusega röntgenkiirguse korral. Elektroni kiirendamisel elektriväljas potentsiaalide vahega U läheb tehtud töö kineetiliseks energiaks

$$eU = \frac{m_0 v^2}{2}$$

(siin me piirdume väikeste kiirustega, kusjuures m_0 on elektroni seisumass). Avaldades siit kiiruse, saame arvutada elektroni lainepikkuse

$$\lambda = \frac{2\pi \hbar}{m_0 v} = \frac{2\pi \hbar}{\sqrt{2eUm_0}} .$$

Selle valemi järgi arvutades saaksime näiteks $U = 100$ V korral lainepikkuseks $\lambda = 1,23$ Å, mis on sobilik kristallilt difraktsiooni saamiseks.

Üks suuremaid elektronlainete kasutusalasid tänapäeval on elektronmikroskoopia. Elektronmikroskoobis kasutatakse valguse asemel elektronlainet. Optiliste mikroskoopide suurendused on teatavasti piiratud, olles parimatel mikroskoopidel ca 1000 kordsed. Üheski mikroskoobis ei saa eristada punkte, mille vaheline kaugus on lainepikkusest väiksem ja seetõttu seab optilistele mikroskoopide suurendusele piirid nähtava valguse lainepikkus, mille vahemik ei ole teatavasti suur. Kaasaja elektronmikroskoopides ei ole aga tänu üliväikeste lainepikkuste kasutamisele ka miljonikordsed suurendused haruldased. Elektronmikroskoobis ei kasutata muidugi klaasoptikat, vaid sobiva konfiguratsiooniga elektri- ja magnetvälja.

3. De'Broglie andis Bohri kvanttingimusele huvitava põhjenduse. Statsionaarsed orbiidid on need, millele mahub täisarv elektronlaineid. Tõepoolest, vaatame mingit vesinikuaatomi statsionaarset orbiiti raadiusega r . Arvutame suhte $2\pi r/\lambda$, mis näitab, mitu lainepikkust mahub antud orbiidile. Selleks avaldame Bohri kvanttingimusest $mvr = n\hbar$ raadiuse ja seosest $\lambda = 2\pi \hbar /mv$ lainepikkuse. Asendades saame

$$\frac{2\pi r}{\lambda} = n .$$

Seega „mahub” vesiniku aatomi n -dale orbiidile n de'Broglie lainepikkust.

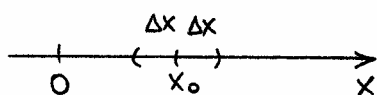
Olgugi, et siit saime Bohri kvanttingimusele ilusa põhjenduse, näeme me edaspidi, et ettekujutus elektroni liikumisest kindlaid klassikalisi orbiite mööda ei ole siiski õige ja sellest tuleb loobuda.

4. Ka selles punktis kirjeldatud põhiliste avastuste eest anti rida Nobeli auhindu. Esimese Nobeli auhinna füüsikas üldse sai 1901. aastal röntgenkiirguse avastaja W.C. Röntgen. M. von Laue sai 1914.a. preemia röntgenkiirguse difraktsiooni avastamise eest kristallides, W.H. Bragg ja W.L. Bragg aga 1915.a. preemia kristallide struktuuri analüüsi eest röntgenkiirtega. Prints L.W. de'Broglie sai 1929.aasta Nobeli preemia elektronide laineloomuse avastamise eest. Elektronide difraktsiooni eksperimentaalse avastamise eest said 1937.a. Nobeli preemia C.J. Davisson ja G.P. Thomson.

9. Määramatuse seosed

Koordinaadi ja impulsi määramatus, Heisenbergi määramatuse seosed, elektroni määramatus vesiniku aatomis, elektronpilv, füüsikaliste suuruste samaaegne mõõdetavus, lainepakett

Nagu me nägime, on mikroosakesed dualistliku loomuga, olles samaaegselt nii lained kui ka osakesed. Niisuguseid objekte makromaailmas pole ja seetõttu on alust arvata, et mikromaailmas kehtivad teistsugused seaduspärasused. Mikromaailma kirjeldav teooria - kvantmehaanika - loodi W. Heisenbergi, E. Schrödingeri ja P.A.M. Diraci poolt aastatel 1925.-1927. Kvantmehaanikast järelduvad olulised kitsendused klassikalise füüsika suuruste mõõtmisele, mis said nimetuse määramatuse seosed. Need tuletas 1927.a. kvantmehaanikast W. Heisenberg. Olgugi, et me kvantmehaanika juurde jõuame hiljem, on otstarbekas neid seoseid ja neist tulenevaid järeldusi analüüsida varem.



Vaatame kõigepealt mõõtmisprotseduuri klassikalises füüsikas. Mõõtes näiteks koordinaati (pikkust), on hästi teada, et iga mõõtmine on teostatav teatud mõõtmistäpsusega Δx . See tähendab, et me ei saa kunagi väita, et osake asub antud ajahetkel mingis kindlas punktis x_0 , vaid öelda, et osake asub vahemikus $x_0 - \Delta x$, $x_0 + \Delta x$. Kvantmehaanika terminoloogiast lähtudes nimetame koordinaadi määramistäpsust Δx edaspidi koordinaadi määramatuseks.

Sama asi on ka impulsi. Mõõtes näiteks x -telje sihilist impulssi p_x , saame tulemuse teatud määramatusega Δp_x . Kuna impulss on seotud kiirusega ($p_x = m v_x$), siis see tähendab, et osakese kiirus on samal ajal määratud määramatusega $\Delta v_x = \Delta p_x / m$.

Klassikalises füüsikas on nii koordinaadi kui ka impulsi määramatused rohkem tehnilist laadi ja neid võib mõõtmistäpsuse suurendamisega vähendada. Seejuures ei ole mingit põhimõtetlik takistust, vähemalt puhtteoreetiliselt, mõõta kõiki füüsikalisi suurusi absoluutselt täpselt. Seega võivad kõik määramatused, nagu Δx ja Δp_x , olla korruga võrdsed nulliga. Asjaolul, et osakese asukoht ja tema kiirus on igal ajahetkel täpselt määratud, on kogu klassikalise mehaanika aluseks, sest ainult see võimaldab rääkida osakese liikumisest mingit kindlat trajektoori mööda ja määrata tema asukohta mistahes järgneval ajahetkel.

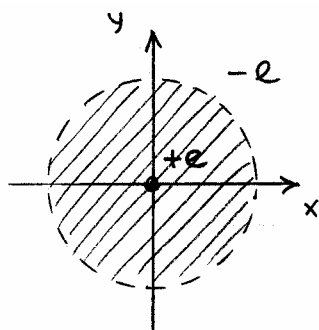
Heisenberg näitas, et kvantmehaanikast järeldub hoopis teistsugune tulemus - mõnede füüsikaliste suuruste korral ei saa nende määramatused olla samaaegselt võrdsed nulliga. Teisiti öeldes tähendab see seda, et mikromaailmas ei saa kõiki klassikalises füüsikas mõõdetavaid suurusi samaaegselt absoluutselt täpselt mõõta. Seoseid, mis kitsendavad füüsikaliste suuruste määramatust, nimetatakse määramatuse seosteks (vahel ka Heisenbergi määramatuse seosteks). Koordinaadi ja impulsi jaoks oleks need seosed järgmised

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta y \cdot \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta z \cdot \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}.$$

Kuna määramatuste korrutis on alati tõkestatud, ei saa neid korraga nulliks teha. See aga tähendab, et koordinaati ja impulssi ei saa samaaegselt kuitahes täpselt mõõta. Miski ei keela neist ühte mõõta absoluutselt täpselt, kuid siis ei saa me teise suuruse väärtuse kohta midagi öelda. Mõõtes näiteks täpselt x koordinaadi ($\Delta x = 0$), ei saa me $\Delta p_x = \infty$ tõttu midagi öelda impulsi (ja ka kiiruse) väärtuse kohta, ja vastupidi, mõõtes täpselt impulsi (kiiruse) ei tea me midagi osakese asukoha kohta.

Ülaltoodud määramatuse seostest on ilmne, et mikromaailmas enam klassikaline mehaanika rakendatav ei ole. Klassikalises füüsikas kirjeldab osakese liikumist kindel trajektoor, mille üheseks määramiseks on vaja teada nii osakese täpset asukohta kui ka täpset impulssi (kiirust). Nende kahe suuruse üheaegne määramine pole aga mikromaailmas võimalik.

Nagu me edaspidi näeme, valitsevad mikromaailmas teistsugused seaduspärasused ja mikroosakesi kirjeldatakse teiste suurustega. Kvantteooria algpäevil aga püüti määramatuse seoseid tõlgendada klassikalisest ettekujutusest lähtudes. Arvati, et mikroosakesed liiguvad nii, nagu klassikalised osakesed, kindlaid trajektoore mööda ja püüti otsida põhjusi, miks see trajektoor ei ole mikroosakese korral täpselt mõõdetav. Selline arvamus aga eriti viljakaks ei osutunud, sest pole mingit alust omistada mikroosakestele omadusi, mis ei ole täpselt mõõdetavad. Seepärast on loomulikum oletada, et mikroosakestel, tänu nende eripärale, ei olegi samaaegselt kindlat asukohta ja kindlat impulssi ning seetõttu ei liigu nad ka kindlaid trajektoore mööda. See oletus tundub küll väga imelik, aga eelnevas me nägime, et mikroosake erineb oluliselt osakesest klassikalise füüsika mõistes, olles samaaegselt ka laine ja seetõttu ei ole mingit alust arvata, et klassikalise füüsika mõisted on kõik samamoodi rakendatavad mikroosakeste korral. Järgnevas me näeme, et mikromaailmas kasutatakse osakeste kirjeldamiseks hoopis teistsuguseid suurusid ja trajektoori mõistel pole seal mitte mingit vajadust.



Viimase väite kinnituseks näitame, et vesiniku aatomis on elektroni asukoha määramatus praktiliselt võrdne aatomi raadiusega ja seetõttu on täpsem vaadata elektroni tuuma ümber oleva elektronpilvena, kui kindlat trajektoori mööda liikuva osakesena.

Määramatuse seostest saame vähima väärtuse määramatuste korrutiseks kui $\Delta x \cdot \Delta p_x = \hbar / 2$. Seega vähim väärtus x koordinaadi määramatuseks

$$\Delta x = \frac{\hbar}{2\Delta p_x}$$

on saadav siis kui me leiame maksimaalse võimaliku impulsi määramatuse.

Vesiniku aatomi ionisatsioonienergiast E_i saame leida impulsi, mille korral H-aatom ioniseerub ega eksisteeri enam prootoni-elektroni seotud süsteemina

$$E_i = \frac{p_i^2}{2m} \rightarrow p_i = \sqrt{2mE_i} .$$

On ilmne, et elektroni impulss peab vesinikuaatomis olema väiksem kui p_i ja seetõttu ei tohi ka impulsi määramatus olla sellest suurem. Järelikult võime oletada, et

$$(\Delta p_x)_{\max} = p_i .$$

Võttes impulsi määramatuse jaoks tema võimaliku maksimaalse väärtuse, saaksime minimaalseks koordinaadi määramatuseks

$$(\Delta x)_{\min} = \frac{\hbar}{2p_i} = \frac{\hbar}{2\sqrt{2mE_i}} .$$

Pärast arvandmete asendamist saaksime tulemuseks $(\Delta x)_{\min} \approx 0,3 \text{ \AA}$. Nagu me hiljem näeme (vt punkt 12 järgmises peatükis, kus on vaatluse all vesiniku aatom kvantmehaanikas), on reaalses vesinikuaatomis koordinaadi määramatus siintoodust märgatavalt suurem. Elektron omab ka põhiolekus teatud impulssi ning seetõttu ei saa tegelik impulsi määramatus nii suur olla, sest aatom laguneks elektroniks ja tuumaks. Aatomi stabiilseks eksisteerimiseks peab tegelik elektroni määramatus olema arvatust kuni kaks korda suurem. Kuna siin leitud minimaalne määramatus, kui ka tegelik, on aatomi mõõtmega samas suurusjärgus, ei ole mõtet rääkida elektroni kindlast asukohast vesiniku aatomis ega ka elektroni liikumisest mingit kindlat trajektoori mööda. Järelikult ei vasta planetaarne aatomimudel tegelikkusele ja oli vaid üheks vaheetapiks kvantteooria loomisel.

Kommentaariid:

1. Analoogiline määramatuse seos kehtib ka energia ja aja jaoks

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} ,$$

mis tähendab, et energia täpseks mõõtmiseks peaks mõõteprotsess kestma lõpmata kaua.

See määramatuse seos on samuti väga oluline. Nagu me hiljem näeme, saab mikroosake, erinevalt klassikalisest osakesest, liikuda ka seal, kus klassikalise füüsika järgi oleks kineetiline energia negatiivne ja klassikalise osakese sattumine sellisesse piirkonda keelatud. Sellises olekus aga saab mikroosake olla väga lühikest aega.

Üldfüüsika kursuse erirelatiivsusteooria osas oli juttu elektron-positronpaaride tekkimisest. Osutub, et mikromaailmas võivad vaakumist tekkida ülilühikeseks ajaks nn virtuaalsed elektron-positronpaarid ja seejärel kaduda. Kuna elektroni ja positroni seisumassidele vastav energia on ca 0,5 MeV, siis elektron-positronpaari minimaalne energia oleks ca 1 MeV. Selline paar saaks tekkida kui energia määramatus oleks vähemalt $\Delta E = 1 \text{ MeV}$. Selline energia määramatus annab aja määramatuse $\Delta t \approx 10^{-22} \text{ s}$, mis tähendab, et virtuaalne elektron-positronpaar võib eksisteerida maksimaalselt 10^{-22} s . Niisuguste ülilühiajaliste osakeste - antiosakeste paaride tekkimise tõttu on vaakum elementarosakeste teoorias ülikeeruline struktuur ja mitte tühjus, kus mitte midagi ei ole.

2. Siin kirja pandud määramatuse seosed ei ole ainukesed ja mõnest me räägime veel hiljem. Määramatuse seostest aga ei järeldu, et mikromaailmas ei saa füüsikalisi suurusi samaaegselt mõõta. Iga mikroosakese või süsteemi jaoks saab alati leida need klassikalised suurused, mis on samaaegselt mõõdetavad. Elektroni korral vesiniku aatomis võivad niisugusteks suurusteks olla

näiteks energia, impulss, impulsimoment ja impulsimomendi projektsioon. See, milliseid suurusi samaaegselt mõõta saab, sõltub üldjuhul vaadeldavast süsteemist.

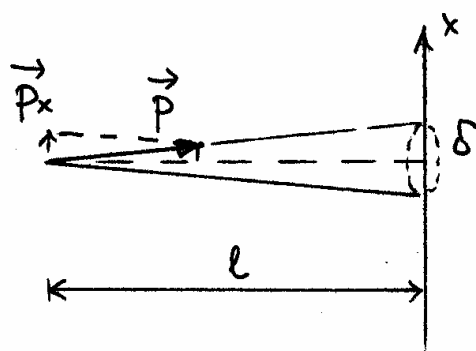
3. Määramatuse seosed võimaldavad põhjendada, miks aatomid on stabiilsed. Aatom koosneb teatavasti massiivsest tuumast ja selle ümber olevatest elektronidest. Tuumast ja elektronide vahel mõjuvad tõmbejõud. Nagu me varem väitsime, peaksid tuuma ümber tiirlevad elektronid klassikalise teooria järgi kiirgama ja mõne aja pärast "kukkuma" tuumale. Määramatuse seoste tõttu ei ole selline protsess võimalik. Kui elektron läheneb tuumale, kahaneb tema koordinaadi määramatus, kuid impulsi määramatus aga vastavalt määramatuse seostele kasvab. Selle tõttu kasvab ka elektroni energia ja elektron eemaldub tuumast kaugemale. Lõpptulemusena need kaks tendentsi, kus elektrilised jõud tõmbavad elektrone tuumale lähemale, määramatuse seosed aga etendavad piltlikult öeldes tasakaalustavate tõukejõudude rolli, tekitavad statsionaarse oleku, kus tuuma ümber kujuneb teatava kindla konfiguratsiooniga elektropilv. Rääkides elektronide liikumisest aatomis, võiks öelda, et nad "liiguvad" tuumast keskmiselt sellisel kaugusel, et ülalmainitud tõukejõud ja tõmbejõud oleks tasakaalus.

4. Kuna kvantteooriast lähtuvalt on määramatuse seosed üldkehtivad, siis peaks nad kehtima ka makromaailmas. Tegelikult see nii ongi, ainult tänu Plancki konstandi h väiksusele on vastavad määramatused klassikaliste osakeste liikumisel tühised ka neid ei ole vaja arvestada.

Mõõtes näiteks väikese kuulikese täpset asukohta mikroskoobiga, saaksime koordinaadi määramatuseks $\Delta x \approx 10^{-7}$ m (määratud nähtava valguse lainepikkusega). Impulsi määramatus tuleks nüüd suurusjärgus $\Delta p_x \approx 10^{-27}$ kgm/s. Oletades, et kuulikese mass on $1 \text{ mg} = 10^{-6}$ kg, siis kiiruse määramatus oleks

$$\Delta v_x = \frac{\Delta p_x}{m} \approx 10^{-21} \text{ m/s.}$$

Makroskoopilise maailma suurustega võrreldes on saadud määramatus üliväike ja me võime ta praktiliselt võtta võrdseks nulliga. Seetõttu võimegi rääkida kuulikese liikumisest kindlat trajektoori mööda.



Määramatuse seosed ei välista ka mikroosakeste liikumisel trajektoori mõistet. Vaatame näitena elektronkimbu liikumist elektronkiirtetorus (näiteks televiisori kineskoobis). Elektronkimp jätab ekraanile täpikese, mida võib vaadata ringikesena raadiusega ca 10^{-5} m. Olgu elektronkiirtetoru pikkus 0,5 m, siis elektroni impulsi määramatus oleks seotud tema impulsiga järgmiselt

$$\frac{\Delta p_x}{p} \approx \frac{\delta}{l}.$$

Kui elektrone kiirendav pinge on 10^4 V, saame impulsi väärtuseks

$$p = \sqrt{2meU} \approx 5 \cdot 10^{-23} \text{ kgm/s}$$

ja impulsi määramatuseks

$$\Delta p_x \approx \frac{p\delta}{l} = \frac{5 \cdot 10^{-23} \cdot 10^{-5}}{5 \cdot 10^{-1}} = 10^{-27} \text{ kgm/s} .$$

Koordinaadi määramatus, mis tuleneb määramatuse seostest, on

$$\Delta x \approx \frac{\hbar}{\Delta p_x} \approx 10^{-7} \text{ m} .$$

Võrreldes elektroni asukohta määramise täpsusega (10^{-5} m) on nn. kvantmääramatus kaks suurusjärku väiksem ja elektronide liikumine elektronkiirte torus on piisavalt hästi kirjeldatav klassikalise mehaanikaga.

5. Nagu me juba varem mitmeid kordi mainisime, on määramatuse seoseid raske ette kujutada kui vaadata mikroosakesi klassikaliste osakestena. Laineteooriast lähtudes ei ole aga selles midagi iseäralikku. Osakest saab kirjeldada ruumis lokaliseeritud lainepaketina. Selline lainepakett on esitatav kindla lainepikkusega siinuseliste lainete superpositsioonina. Saab näidata, et mida kitsam on lainepakett, seda suurem on vastava superpositsiooni lainearvude vahemik ja vastupidi. Lainearv on aga seotud impulsiga.

Eelöeldu illustreerimiseks kasutame Fourier' integraali mõistet. Viimane on Fourier' rea üldistuseks mitteperioodiliste funktsioonide juhule. Ühe muutuja funktsiooni $f(x)$ Fourier' integraal on defineeritud valemiga

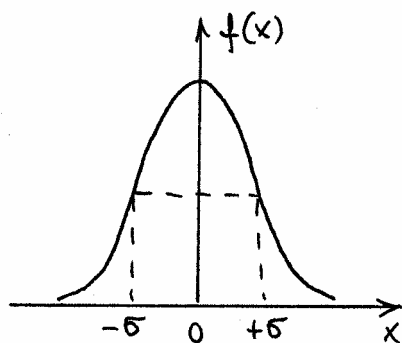
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(k) e^{ikx} dx .$$

Funktsiooni $g(k)$ nimetatakse funktsiooni $f(x)$ Fourier' pöördeks ja see on omakorda arvutatav funktsiooni $f(x)$ kaudu integraalina

$$g(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-ikx} dk .$$

Arvutuste lihtsustamiseks vaatame ruumis liikuva lainepaketi asemel lainepaketti mingil fikseeritud ajahetkel. Olgu lainepaketi kuju antud Gaussi jaotusega

$$f(x) = A e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} .$$



Jaotuse laiust iseloomustab tema dispersioon σ . Oletades, et antud lainepakett kirjeldab osakest, võime selle laiuse lugeda osakese asukohta määramatuseks ja võtta selle iseloomustamiseks dispersiooni. Seega

$$\Delta x = \sigma .$$

Esitades funktsiooni $f(x)$ Fourier' integraalina, tähendab see $f(x)$ avaldamist siinuseliste lainete

$$e^{ikx}$$

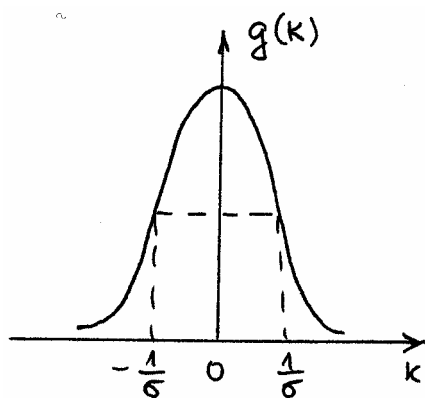
superpositsioonina. Lainearv k on seotud lainepikkusega valemiga $k = 2\pi/\lambda$. Funktsiooni $f(x)$ Fourier' pööre $g(k)$ näitab, millise lainearvuga ja millise amplituudiga komponendid antud lainepaketis on. Asendades $f(x)$, tuleks meil antud juhul arvutada integraal

$$g(k) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} e^{-ikx} dx \equiv \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2} - ikx} dx .$$

Saadud integraali arvutamiseks kasutame kompleksmuutuja funktsioonide teooriast saadud tulemust

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2 + i\beta x} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} e^{-\frac{\beta^2}{4\alpha}} , \quad \text{Re } \alpha > 0 .$$

Meie integraalis on $\alpha = 1/2\sigma^2$ ja $\beta = -k$, seega



$$g(k) = A\sigma e^{-\frac{k^2\sigma^2}{2}} .$$

Nagu näha, on Fourier' pööre samuti Gaussi jaotus, sedakorda lainearvu funktsioonina. Selle jaotuse laius ehk dispersioon on antud juhul $1/\sigma$. Võttes viimase lainearvu määramatuseks, saame

$$\Delta k = \frac{1}{\sigma} .$$

Arvutades nüüd määramatuste korrutise, saame tulemuseks

$$\Delta x \cdot \Delta k = 1 ,$$

millest on näha, et mida laiem on lainepakett, seda kitsam on seal sisalduvate lainearvude vahemik ja vastupidi.

Osutub, et see seaduspärasus on üldine, sama kehtib ka mistahes muu kujuga lainepaketi korral.

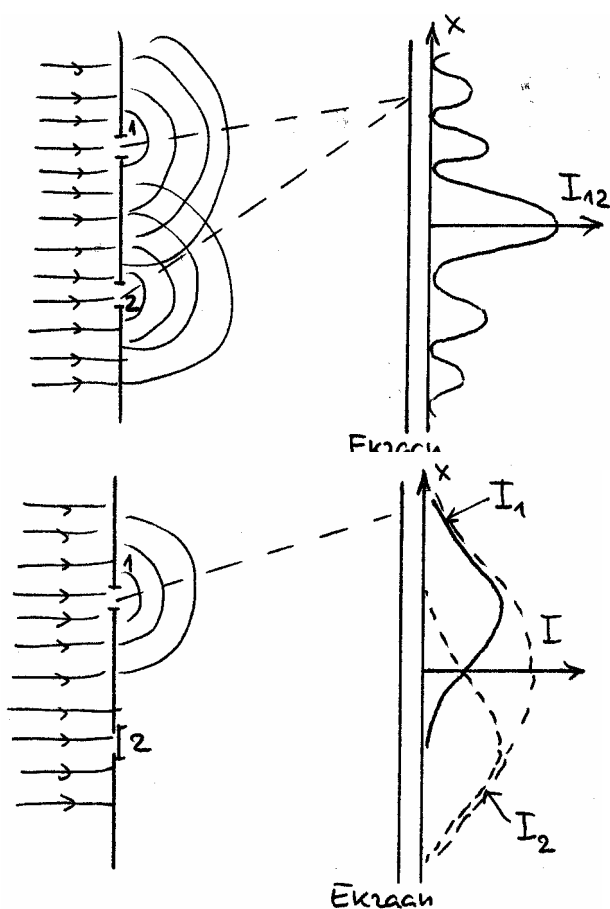
Kui vaadata saadud tulemust kvantteooria seisukohalt, on lainearv seotud osakese impulsiga $p = \hbar k$ ja seetõttu oleks ülaltoodud seos vaadatav määramatuse seosena koordinaadi ja impulsi vahel: $\Delta x \cdot \Delta p = \hbar$.

6. Nagu selle punkti alguses mainitud, olid kvantmehaanika põhilisteks loojateks W. Heisenberg, E. Schrödinger ja P.A.M. Dirac. W. Heisenberg sai kvantmehaanika loomise eest 1932.a. Nobeli preemia. Järgmise, 1933.a. Nobeli preemia anti aga E. Schrödingerile ja P.A.M. Dirac'ile aatomteooria produktiivsete vormide avastamise eest.

10. Kvantmehaanika põhiprintsiibid

Youngi interferentsikatse, elektronide interferents, sündmuse toimumise tõenäosus, tõenäosusamplituud, kvantmehaanika põhiprintsiibid

Eelnevas me selgitasime, et mikroosakeste dualistliku loomuse tõttu ei ole klassikaline mehaanika rakendatav ja seetõttu tuleb mikromaailmas kasutusele võtta teised mõisted ning printsiibid. Nende selgitamiseks vaatame kahte interferentsikatset.



Alustame optikast tuntud interferentsikatsest (nn Youngi katsest) elektromagnetlainetega. Kahe avatud pilu korral saame ekraanil vahelduvate maksimumide ja miinimumidega interferentspildi, mille intensiivsuse jaotus I_{12} on toodud joonisel.

Kui me korraldame katse teisiti, hoides vaheldumisi lahti pilu 1 ja pilu 2, saame tulemuse, mis on kujutatud järgmisel joonisel kõveraga I. Summaarne intensiivsus on antud juhul eraldi pilude korral mõõdetud intensiivsuste I_1 ja I_2 summa

$$I = I_1 + I_2.$$

Teisiti väljendades on teise katse tulemus samasugune, kui me mõõdaks eraldi ekraanil saadava intensiivsuse avatud pilu 1 korral, siis teeks sama katse avatud pilu 2 korral ja liidaks intensiivsused kokku.

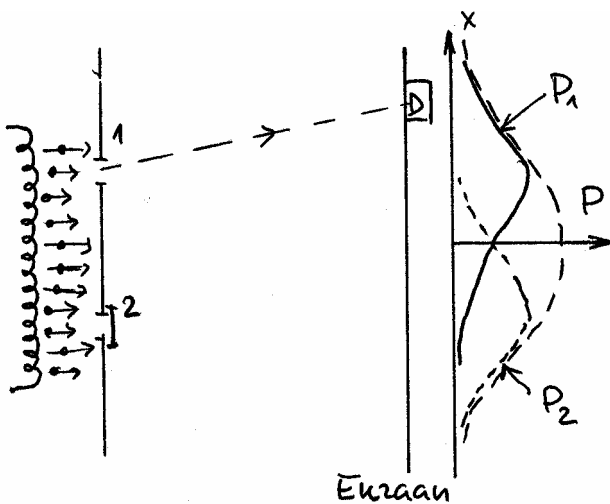
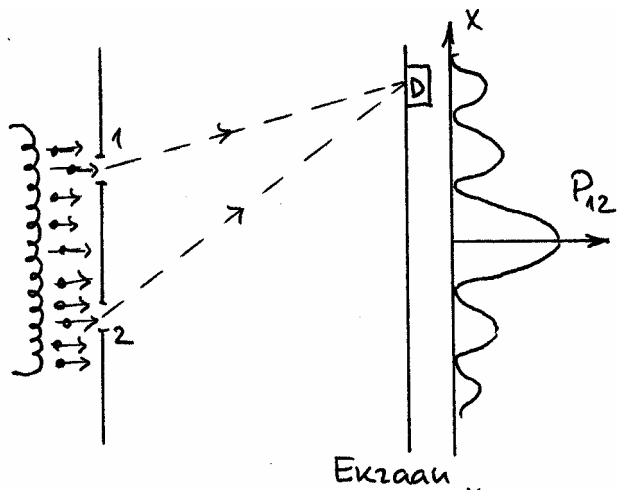
Võrreldes kahe avatud pilu korral tehtud katset vaheldumisi avatud piludega tehtud katsega, näeme, et tulemused on oluliselt erinevad.

Esimesel juhul on tegemist valguse interferentsiga, kusjuures valguse intensiivsus ekraani eri punktides erineb üldiselt pikudest 1 ja 2 tuleva valguse intensiivsuste summast

$$I_{12} \neq I_1 + I_2.$$

Mõnedes ekraani punktides on intensiivsus vastavast summast suurem, teistes punktides väiksem, kusjuures mõnes kohas võib ka valguse intensiivsus võrduda nulliga. Teises katse interferentsi ei ole ja valguse intensiivsused liituvad.

Teeme nüüd analoogilise katse elektronidega. Elektronide sattumist ekraanile registreerime detektoriga, mis loendab sinna sattunud elektrone.



Elektronide jaotumist ekraanil iseloomustame vastava tõenäosusega P_x . Selle saame järgmiselt: mõõdame ekraanil punkti x sattunud elektronide arvu N_x ja jagame ekraanile sattunud elektronide koguarvuga $N - P_x = N_x / N$ (rangelt võttes saaksime tõenäosuse $N \rightarrow \infty$ korral).

Osutub, et katse elektronidega annab sama tulemuse kui varem vaadatud katse elektromagnetlainetega. Juhul kui mõlemad pilud on avatud, on elektronide ekraanile sattumise tõenäosus P_{12} analoogiline intensiivsusega I_{12} . Tehes aga katse vaheldumisi avatud piludega on tulemus samuti analoogiline: $P = P_1 + P_2$, tõenäosused liituvad.

Katsetulemused elektronidega on vastuolus meie tavalooikaga, kui me vaatame elektrone klassikaliste osakestena. Klassikalise osakese korral on selge, et elektron saab ekraanil olevasse punkti jõuda kas läbi pilu 1 või läbi pilu 2. Kui ta läheb näiteks läbi pilu 1, siis ei tohiks tulemus sõltuda sellest, kas pilu 2 on avatud või mitte.

Sama oleks ka läbi pilu 2 mineva elektroniga ja seetõttu peaks katsetulemused olema mõlemas katses ühesugused. Me juba teame, et elektronid ei ole osakesed klassikalises mõttes ja seda kinnitab ka kirjeldatud katse, mille kohaselt elektroni käitumist mõjutab see, kas mõlemad pilud on avatud või on üks piludest suletud. Seetõttu tuleb elektronide jaoks (ja analoogiliselt ka teiste mikroosakeste jaoks) välja mõelda selline formalism, mis ülaltoodud katsetulemused ära seletaks.

Alustuseks vaatame katseid elektromagnetlainetega. Optikast me teame, et tulemus seletub valguse interferentsiga. Piludega tõkkele langev elektromagnetlaineline lahutub kaheks. Seda, mis tuleb läbi pilu 1, kirjeldagu elektrivälja tugevus \vec{E}_1 , seda, mis aga tuleb läbi pilu 2, kirjeldagu elektrivälja tugevus \vec{E}_2 . Ekraanil olevas punktis on elektrivälja tugevus superpositsiooniprintsiibist lähtudes

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 .$$

Valguse intensiivsus on teatavasti võrdeline elektrivälja tugevuse ruuduga ja seetõttu

$$I_{12} \sim \vec{E}^2 = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 \neq I_1 + I_2 ,$$

sest $I_1 \sim E_1^2$ ja $I_2 \sim E_2^2$. Seega, mõlema pilu lahtioleku korral liituvad väljatugevused, pilude vaheldumisi lahtioleku korral aga intensiivsused.

Seda analoogiat elektromagnetlainetega saab kasutada ka elektronide korral. Sõnastame need kvantmehaanika põhiprintsiipidena:

1. Iga sündmuse toimumist, näiteks elektroni sattumist ekraanil olevasse punkti x , iseloomustab tema toimumise tõenäosus

$$P.$$

Tõenäosus on võrdne ühe kompleksarvu Φ , mida nimetatakse tõenäosusamplituudiks, mooduli ruuduga

$$P = |\Phi|^2 = \Phi^* \Phi.$$

2. Kui sündmus võib toimuda mitmel üksteist välistaval viisil, siis on sündmuse tõenäosuse amplituud võrdne üksikute sündmuste tõenäosusamplituudide summaga (esineb interferents)

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_n,$$

$$P_{12\dots n} = |\Phi|^2.$$

Näiteks kahe avatud pilu korral $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$, kus Φ_1 on tõenäosus-amplituud pilu 1 läbiva elektroni ja Φ_2 tõenäosusamplituud pilu 2 läbiva elektroni jaoks.

$$\begin{aligned} P_{12} &= |\Phi|^2 = |\Phi_1 + \Phi_2|^2 = |\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 + \Phi_1^* \Phi_2 + \Phi_2^* \Phi_1 = \\ &= P_1 + P_2 + P_{\text{int}}, \end{aligned}$$

kus P_{int} on nn interferentsiliige.

3. Kui katses selgub, milline üksteist välistavatest sündmustest toimus, on sündmuste tõenäosus võrdne üksikute sündmuste tõenäosuste summaga

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n.$$

Näiteks kahe ava korral, kui algul on avatud pilu 1 ja pilu 2 suletud, ning hiljem vastupidi, pilu 2 avatud ja pilu 1 suletud (või mõõdame avatud pilude korral veel seda, kummast avast elektron läbi läks), saame tulemuseks

$$P = P_1 + P_2, \quad \text{kus} \quad P_1 = |\Phi_1|^2 \quad \text{ja} \quad P_2 = |\Phi_2|^2.$$

Nagu me näeme, on kvantmehaanika “mängureeglid” teistsugused ja tundub, et teooria on puudulik, sest me saame teada ainult sündmuste tõenäosusi. Kunagi ei saa täpselt öelda, millisesse ekraani punkti antud konkreetne elektron satub. Kuna klassikalises füüsikas liigub osake kindlat trajektoori mööda ja seetõttu on tema edasine käitumine kindlalt määratud

(determineeritud), siis esialgu tundub, et mikroosakeste käitumine on determineerimata. Tegelikult see aga nii ei ole. Osutub, et kvantteoorias on üheselt määratud suuruseks tõenäosusamplituud ja see omakorda määrab üheselt tõenäosusjaotuse. Selle tõttu on ka osakeste käitumine mikromaailmas determineeritud ja ei ole juhuslik. Kvantteooria võimaldab mikromaailmas toimuvaid protsesse üheselt arvutada, kusjuures teooria annab katsega kooskõlas olevad tulemused.

Kommentaariid:

1. Vaatame veelkord katset elektromagnetlainetega. Kvantteooria järgi on valgus footonite voog. Ka footonid, nii nagu teised mikroosakesed, ei ole "tükeldatavad" ja seetõttu registreerivad mõõteriistad samuti "terveid" footoneid. Kuidas aga sellest lähtuvalt mõista interferentsikatses elektromagnetlainet lahutumist kaheks interfereeruvaks laineks? Osutub, et nii nagu elektronide korral on $\Phi_1 = E_1$ tõenäosusamplituud, et footon läbib pilu 1 ja $\Phi_2 = E_2$ tõenäosusamplituud, et footon läbib pilu 2. Vastavalt kvantmehaanika teisele põhiprintsiibile liituvad tõenäosusamplituudid ja esineb interferents.

2. Siin punktis toodud kvantmehaanika esituse töötas välja ameerika füüsikateoreetik R.P. Feynman (1965.a. Nobeli preemia laureaat fundamentaaltööde eest kvantelektrodünaamikas). See esitus on väga elegantne, kuid esialgseks õppimiseks liiga keeruline. Põhjus on selles, et tõenäosusamplituudi Φ arvutamiseks kasvõi ühe pilu jaoks peame me vaatama osakese kõikvõimalikke trajektoore, mida mööda iganes võiks osake põhimõtteliselt jõuda ekraanile. Iga sellise trajektoori jaoks tuleb arvutada teatud eeskirja järgi tõenäosusamplituud ja kõik need summeerida (kuna trajektoore on lõpmata palju, siis tegelikult tuleb integreerida üle kõikide võimalike trajektooride). See protseduur nõuab erilist matemaatikat, mida nimetatakse integraalideks üle trajektooride ja mis on küllalt keeruline. Seetõttu me Feynmani formalismi järgnevalt ei vaata ja edasi läheme traditsioonilist rada mööda, kus osakest kirjeldavaks põhisuuruseks on samuti üks kompleksarvuline suurus Ψ , mida nimetatakse lainefunktsiooniks, vahel ka tõenäosusamplituudiks. Olgugi, et lainefunktsiooni füüsikaline tähendus on eeltoodust tõenäosusamplituudi omast veidi erinev, annab ka lainefunktsioon kindlal viisil tõenäosuse.