

19) The quantum probability current density is

20

$$\vec{j}_q = \frac{e\hbar}{2m} (\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi)$$

The classical one is:

$$\vec{j}_c = n\vec{v}$$

The wave function units $\psi = \left[\frac{1}{\sqrt{m^3}} \right]$, gradient $\nabla = \left[\frac{1}{m} \right]$

$$\hbar = [J \cdot s] = \left[\frac{kg \cdot m^2}{s} \right], \quad m = [kg], \quad \frac{\hbar}{m} = \left[\frac{kg \cdot m^2 / s}{kg} \right] = \left[\frac{m^2}{s} \right]$$

$$\psi \nabla \psi^* = \left[\frac{1}{\sqrt{m^3}} \right] \left[\frac{1}{m^2 s} \right] = \left[\frac{1}{m^3 s} \right]$$

$$\text{So: } \vec{j}_q = \left[\frac{m^2}{s} \right] \left[\frac{1}{m^3 s} \right] = \left[\frac{1}{m s} \right]$$

$$\text{for classical: } n = \left[\frac{1}{m^3} \right], \quad \vec{v} = \left[\frac{m}{s} \right]$$

$$\text{So: } \vec{j}_c = \left(\left[\frac{1}{m^3} \right] \left[\frac{m}{s} \right] \right) = \left[\frac{1}{m^2 s} \right] \Rightarrow [\vec{j}_q] = [\vec{j}_c] = \left[\frac{1}{m^2 s} \right]$$

Both quantum and classical probability current densities have the same measurement units.

15) Arvenda phi omaväärtustesandene; et saada

20

$$\hat{H} \left(\sum_n c_n \psi_n \right) = E \left(\sum_n c_n \psi_n \right)$$

Kasutame $\hat{H}$ lineaarset ja, et $H\psi_n = E_n\psi_n$, saame

$$\sum_n c_n E_n \psi_n = E \sum_n c_n \psi_n$$

Kuna ψ_n on ortonormaalne ja lineaarselt sõltumatu, $\Rightarrow$

$$\Rightarrow c_n E_n = E c_n \Rightarrow c_n (E_n - E) = 0 \Rightarrow \text{Omaväärtus } E \text{ peab}$$

dema ühe Hamiltoni funktsiooni omaväärtust E_n

$$E = \sum_n c_n^2 E_n$$

Oled ZEBLOX-i kaanest
kaaneni täis konspekteerinud?

Vanast kaustikust saab toota uusi trükiseid, munareste, ajalehti, tsellulilla ja muud kasulikku.

Uuri lähemalt:



Vaatleme ühemootmelist pot. barjääri:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ U_0, & x > 0 \end{cases}$$

Vasakult ($x < 0$) barjääri suunas liikuv, langeva tasapinnalise laine lainefunktsioon:

$$\psi_i(x) = Ae^{ik_1 x} + Be^{-ik_1 x}, \text{ kus}$$

$$k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

$Ae^{ik_1 x}$ - langev laine amplituudiga A

$Be^{-ik_1 x}$ - peegeldunud laine amplituudiga B

$$\text{Kasutades kn. voolutihedust } j = \frac{\hbar}{2mi} \left(\psi^* \frac{d\psi}{dx} - \psi \frac{d\psi^*}{dx} \right)$$

langeva laine $\psi_i = Ae^{ik_1 x}$ jaoks:

$$\frac{d\psi_i}{dx} = ik_1 A e^{ik_1 x}$$

$$\text{Kn. voolutihedus } \psi_i \text{ jaoks: } j_i = \frac{\hbar}{2mi} \left(A^* e^{-ik_1 x} (ik_1 A e^{ik_1 x}) - A e^{ik_1 x} (-ik_1 A^* e^{-ik_1 x}) \right)$$

$$= \frac{\hbar}{2mi} \left(ik_1 |A|^2 - (-ik_1 |A|^2) \right) = \frac{\hbar}{2mi} (2ik_1 |A|^2) = \frac{\hbar k_1}{m} |A|^2$$

Peegeldunud laine $\psi_r = Be^{-ik_1 x}$

$$\frac{d\psi_r}{dx} = -ik_1 B e^{-ik_1 x}$$

$$j_r = \frac{\hbar}{2mi} \left(B^* e^{ik_1 x} (-ik_1 B e^{-ik_1 x}) - B e^{-ik_1 x} (ik_1 B^* e^{ik_1 x}) \right) =$$

$$= \frac{\hbar}{2mi} \left(-ik_1 |B|^2 + ik_1 |B|^2 \right) = \frac{-\hbar k_1}{m} |B|^2$$

The result shows that the probability flux is conserved, as expected

Vii oma kasutatud ZEBLOX vanapaberi kogumispunkti!

Niiviisi kasutad ressursse ökonoomselt ja säästad sellega keskkonda.

Leia lähim kogumispunkt:



C_n koefitsientide saab arvutada: $\phi = \sum C_n \psi_n$: kasutades

ψ_n ortonormaalset

Kuna $\langle \psi_m, \psi_n \rangle = \delta_{mn} \Rightarrow C_n = \langle \psi_n | \phi \rangle = \int \psi_n^* \phi dV$

23) Heisenbergi määramise sead → määramatus ei saa loogi
 klassikalises füüsikas mõeldatavast
 suurusi samaaegselt absoluutselt
 täpselt mõõta

Koordinadi ja impulsi määramise sead:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \quad \Delta y \cdot \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2} \quad \Delta z \cdot \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}$$

Kuna määramise konstant on alati tehesitatud, ei saa neid
 kunagi nulliks teha. $\Rightarrow$ koordinaati ja impulsi ei saa
 samaaegselt täpselt mõõta

Olgu $\hat{A}$ ja $\hat{B}$ operaatorid, kui need on kommutatiivsed:

$$\hat{A}\psi = a\psi \quad \hat{B}\psi = b\psi$$

$$\hat{B}\psi = b\psi \quad \hat{A}\psi = a\psi$$

See ei ole seletus

$$\hat{A}\hat{B}\psi = \hat{B}\hat{A}\psi = b a \psi$$

$$\hat{B}\hat{A}\psi - \hat{A}\hat{B}\psi = 0$$

$$(\hat{B}\hat{A} - \hat{A}\hat{B})\psi = 0$$

$$\begin{cases} a = \langle a \rangle \pm \Delta a \\ b = \langle b \rangle \pm \Delta b \\ \langle a \rangle = \int \psi^* \hat{A} \psi dV \\ \langle b \rangle = \int \psi^* \hat{B} \psi dV \end{cases} \Rightarrow [\hat{A}, \hat{B}] = 0$$

Nt $\hat{H}$ ja $\hat{p}_x$ on kommutatiivsed, sest

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \quad ; \quad \hat{p}_x = -i\hbar \frac{d}{dx}$$

$$[\hat{H}, \hat{p}_x]\psi = \frac{\hbar^3}{2m} \left(\frac{d^2}{dx^2} \frac{d}{dx} - \frac{d}{dx} \frac{d^2}{dx^2} \right) \psi = 0 \Rightarrow \hat{H} \text{ ja } \hat{p}_x \text{ on kommutatiivsed}$$

Kui operaatorid ei ole kommutatiivsed, siis ei saa neid samaaegselt
 täpselt mõõta:

$$[\hat{A}, \hat{B}]\psi \neq 0 \quad a = \langle a \rangle \pm \Delta a \quad b = \langle b \rangle \pm \Delta b \quad \Rightarrow \begin{cases} \Delta a = 0 \\ \Delta b = \infty \end{cases} \text{ või } \begin{cases} \Delta a = \infty \\ \Delta b = 0 \end{cases}$$

Vii oma kasutatud ZEBLOX
 vanapaberi kogumispunkti!



$$[\hat{x}, \hat{p}_x] \psi = \left(x \left(-i\hbar \frac{d}{dx} \right) \psi - \left(-i\hbar \frac{d}{dx} (x\psi) \right) \right) = \left(-i\hbar x \frac{d\psi}{dx} + i\hbar x \frac{d\psi}{dx} + i\hbar \psi \right)$$

= $i\hbar \psi \Rightarrow$ not commute

$$[\hat{x}, \hat{p}_x] \psi = i\hbar \psi \Rightarrow \hat{C} = \hbar \psi \Rightarrow \begin{cases} \Delta x = 0 \\ \Delta p = \infty \end{cases} \text{ or } \begin{cases} \Delta x = \infty \\ \Delta p = 0 \end{cases}$$

Kui osake positsioon on väga täpselt määratud, siis selle impulsi täpselt määrata ei saa.

31

Heisenbergi määramatuse printsiip:

20

$$\sqrt{\langle (\Delta \hat{A})^2 \rangle} \cdot \sqrt{\langle (\Delta \hat{B})^2 \rangle} \geq \frac{|\langle \hat{C} \rangle|}{2}, \quad \Delta A \text{ ja } \Delta B \text{ on määramatused}$$

$$[\hat{A}, \hat{B}] = i\hat{C}$$

$$x \text{ ja } p_x \text{ jaoks } [\hat{x}, \hat{p}_x] = i\hbar$$

$$\sqrt{\langle (\Delta x)^2 \rangle} \cdot \sqrt{\langle (\Delta p_x)^2 \rangle} \geq \frac{|\langle \hbar \rangle|}{2}, \quad \Delta x \text{ ja } \Delta p \text{ on määramatused}$$

$$\begin{aligned} \text{Kui } \Delta A \rightarrow 0, \text{ siis } \Delta B \rightarrow \infty & \quad \left(\begin{cases} \Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta p_x \rightarrow \infty \end{cases} \text{ või } \begin{cases} \Delta x \rightarrow \infty \\ \Delta p_x \rightarrow 0 \end{cases} \right) \\ \text{Kui } \Delta A \rightarrow \infty, \text{ siis } \Delta B \rightarrow 0 & \end{aligned}$$

Mittelt järeldatakse, et mõlemat suurust (x ja p_x) ei ole võimalik kvantmehaanikas korraga täpselt määrata.

32

Kvantmehaanikas kirjeldab tõenäosusfunktsioonid kvantruumidega seotud tõenäosusvõrgu

20

$$\hat{j} = \frac{\hbar}{2mi} \left(\psi^* \frac{d\psi}{dx} - \psi \frac{d\psi^*}{dx} \right)$$

Antud lineaarsete barijääri puhul analüüsime langevate ja peegeldunud osakeste kiirgust, kui osake energia on suurem kui barijääri kõrgus $E > U_0$.

Oled ZEBLOX-i kaanest kaaneni täis konspekteerinud?

Vanast kaustikust saab toota uusi trükiseid, muna- ja ajalehti, tsellulivilla ja muud kasulikku.

Uuri lähemalt:

