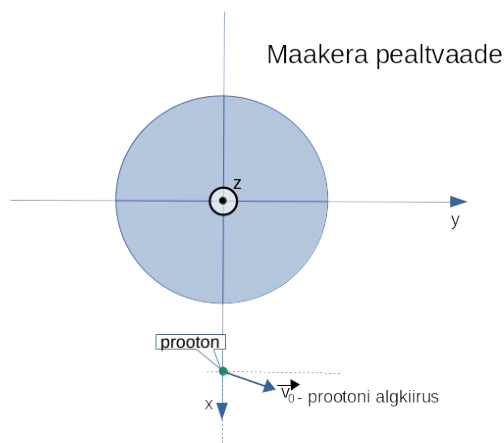
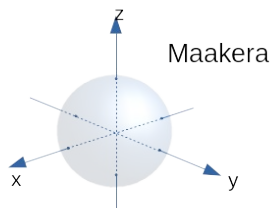


12 Prootoni liikumine Maa magnetväljas.

12.1 Teoreetilised alused

Prootoni liikumise Maa magnetväljas kirjeldab Lorentzi jõud mille väärtus arvutatakse valemiga:

$\vec{F}_l = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \equiv q \cdot [\vec{v}, \vec{B}]$ siin q - laengu väärtus, $\vec{v}$ - osakese kiiruse vektor, $\vec{B}$ - Maa magnetvälja induktsooni vektor (mõõdetakse Teslades). Vektorite vektorkorrutis on uus vektor, mille suuna saab kindlaks määrata paremakruvireegli abil ja võib esitada determinandina:



$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \vec{i} \cdot (v_y B_z - v_z B_y) + \vec{j} \cdot (v_z B_x - v_x B_z) + \vec{k} \cdot (v_x B_y - v_y B_x) \quad (1)$$

siin

$\vec{i}, \vec{j}$ ja $\vec{k}$ – baas ükikvektorid,
 B_x, B_y, B_z – induktsooni vektori projektsioonid,
 v_x, v_y, v_z – prootoni kiiruse vektori projektsioonid.

Siis prootoni liikumise võrrandit (teine Newtoni seadus) saab kujutada teist järku diferentsiaalvõrrandite süsteemina (eeldame, et prooton liigub Maa atmosfääri väljaspool, takistusjõud prootonile ei mõju):

$$\ddot{x} = \frac{q}{m} \cdot (v_y B_z - v_z B_y) \equiv \frac{q}{m} \cdot (\dot{y} B_z - \dot{z} B_y)$$

$$\ddot{y} = \frac{q}{m} \cdot (v_z B_x - v_x B_z) \equiv \frac{q}{m} \cdot (\dot{z} B_x - \dot{x} B_z) \quad \text{või esimest järku süsteemina:}$$

$$\ddot{z} = \frac{q}{m} \cdot (v_x B_y - v_y B_x) \equiv \frac{q}{m} \cdot (\dot{x} B_y - \dot{y} B_x)$$

$$\dot{x} = v_x$$

$$\dot{y} = v_y$$

$$\dot{z} = v_z$$

$$\dot{v}_x = \frac{q}{m} \cdot (v_y B_z - v_z B_y) \quad (2)$$

$$\dot{v}_y = \frac{q}{m} \cdot (v_z B_x - v_x B_z)$$

$$\dot{v}_z = \frac{q}{m} \cdot (v_x B_y - v_y B_x)$$

Maakera magnetvälja induktsooni vektori projektsioonid B_x, B_y ja B_z arvutatakse valemitega mis võetud artiklist: [arXiv:1112.3487v1 [physics.space-ph] 15 Dec 2011].

$$B_x = -\frac{B_0 \cdot R_{Maa}^3}{r^5} \cdot [3 \cdot x \cdot z], \quad B_y = -\frac{B_0 \cdot R_{Maa}^3}{r^5} \cdot [3 \cdot y \cdot z], \quad B_z = -\frac{B_0 \cdot R_{Maa}^3}{r^5} \cdot [2 \cdot z^2 - x^2 - y^2] \quad (3),$$

Kui kasutame valemities mõõdeteta koordinaate (uusi koordinaate mõõdetakse Maa raadiuse ühikutes):

$$B_x = -\frac{B_0}{r^5} \cdot [3 \cdot x \cdot z], \quad B_y = -\frac{B_0}{r^5} \cdot [3 \cdot y \cdot z], \quad B_z = -\frac{B_0}{r^5} \cdot [2 \cdot z^2 - x^2 - y^2] \quad (4)$$

siin $B_0=2.07 \cdot 10^{-5} \text{ T}$, $\vec{r}=x\cdot\vec{i}+y\cdot\vec{j}+z\cdot\vec{k}$ - prootoni asukohavektor ja R_{Maa} – Maa raadius. Saab näidata et kõikides valemities saab otse meetrite asemel kasutada kilomeetrid!
Programmid leiate kataloogidest Fortran ja Matlab.

12.2 Kood

Koodi leiate siin:

http://parsek.yf.ttu.ee/~physics/FPNM/Loengud/nadal_12/Fortran

single täpsus	slorentz_prooton.f90 + srkf45.for
double täpsus	dlorentz_prooton.f90 + ode.f
sisseandmed	lorentz_prooton.in
visualiseerimiseks	plot_prooton_maa.py maamag_plot.py plot_prooton.py

12.3 Ülesanded:

1. Näidake et valemities (2) ja (3) saab otse meetrite asemel kasutada kilomeetrid.
2. Kuidas prootonite trajektoor muutub, kui me muudame prootoni algkiirust? (vt. **fortran/lorentz_prooton.f90**). Realiseerige järgmised algtingimused:
a) $v_y=10000 \text{ km/s}$ ja $v_z=20000 \text{ km/s}$ **b)** $v_y=20000 \text{ km/s}$ ja $v_z=40000 \text{ km/s}$, joonistage trajektoolid.
3. Kirjutage sarnane Matlabi programmi Matlab/**lorentz_prooton.m** (seda saab teha **fortran/lorentz_prooton.f90** programmi abiga).
4. Võtame arvesse takistusjõud $\vec{F}_{\text{tak}}=-\alpha\cdot\vec{v}$, α – parameeter Korrigeerige Matlabi programmi.

Väike seletus:

Fortran/plot_prooton.py – Fortrani tulemusi visualiseerimiseks

Fortran/slorentz_prooton.f90 – Fortrani programm prootoni liikumise kirjeldamiseks Maa magnetväljas

NB! **Diferentsiaal võrrandite lahendamiseks kasutame topelttäpsusega reaalmuutujaid (real*8) ja vastav Fortrani kood Adamsi meetodi jaoks on failis ode.f.**