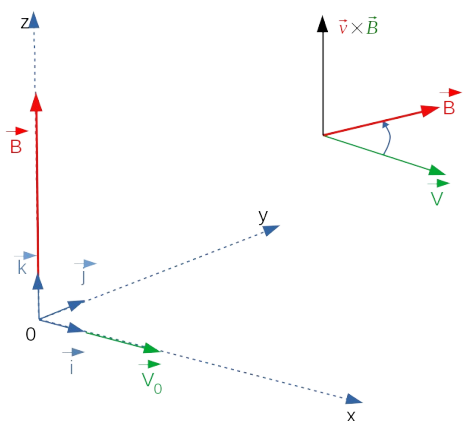


11. Laetud osakese liikumine magnet ja elektriväljades.

11.1 Teoreetilised alused

Alustame ülesanne formuleerimist. Laetud osakese liikumine magnet ja elektri väljades kirjeldatakse Lorentzi jõuga mille väärtus arvutatakse valemiga:



Joonis 1

$$\vec{F}_l = q \cdot ((\vec{v} \times \vec{B}) + \vec{E}) \equiv q \cdot ([\vec{v}, \vec{B}] + \vec{E}) ,$$

siin q - laengu väärtus, $\vec{v}$ - osakese kiiruse vektor, $\vec{E}$ -elektrivälja tugevuse vektor, $\vec{B}$ - magnetvälja induksiooni vektor (mõõdetakse Teslades).

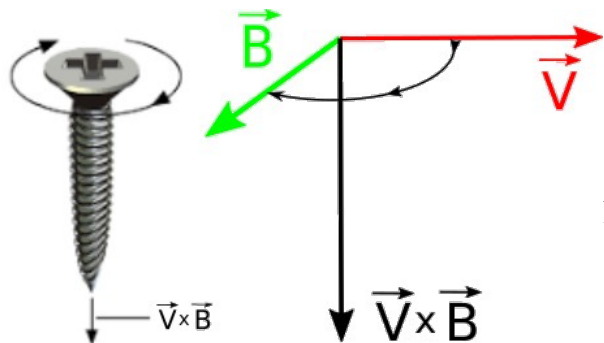
Vektorite vektorkorrutis $(\vec{v} \times \vec{B})$ on uus vektor, mille suuna saab kindlaks määrata paremakruvireegli abil (joonis 2) ja võib esitada determinandina:

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \vec{i} \cdot (v_y B_z - v_z B_y) + \vec{j} \cdot (v_z B_x - v_x B_z) + \vec{k} \cdot (v_x B_y - v_y B_x)$$

Siis laetud osakese liikumise võrrandit (teine Newtoni seadus) saab kujutada:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{q}{m} \cdot (v_y B_z - v_z B_y + E_x) \equiv \frac{q}{m} \cdot (\dot{y} B_z - \dot{z} B_y + E_x) & \dot{x} &= v_x \\ \ddot{y} &= \frac{q}{m} \cdot (v_z B_x - v_x B_z + E_y) \equiv \frac{q}{m} \cdot (\dot{z} B_x - \dot{x} B_z + E_y) & \dot{y} &= v_y \\ \ddot{z} &= \frac{q}{m} \cdot (v_x B_y - v_y B_x + E_z) \equiv \frac{q}{m} \cdot (\dot{x} B_y - \dot{y} B_x + E_z) & \dot{z} &= v_z \end{aligned}$$

või $\dot{v}_x = \frac{q}{m} \cdot (v_y B_z - v_z B_y + E_x)$
 $\dot{v}_y = \frac{q}{m} \cdot (v_z B_x - v_x B_z + E_y)$
 $\dot{v}_z = \frac{q}{m} \cdot (v_x B_y - v_y B_x + E_z)$



Joonis 2

Kui eeldame et osakesele mõjub ka takistusjõud ($\vec{F}_{tak} = -\alpha \cdot \vec{v}$, α – takistusejõu tegur) siis liikumise võrrandi saab kujutada:

$$\dot{x} = v_x$$

$$\dot{y} = v_y$$

$$\dot{z} = v_z$$

$$\dot{v}_x = \frac{q}{m} \cdot (v_y B_z - v_z B_y + E_x) - \frac{\alpha}{m} \cdot v_x$$

$$\dot{v}_y = \frac{q}{m} \cdot (v_z B_x - v_x B_z + E_y) - \frac{\alpha}{m} \cdot v_y$$

$$\dot{v}_z = \frac{q}{m} \cdot (v_x B_y - v_y B_x + E_z) - \frac{\alpha}{m} \cdot v_z$$

Programmid leiate kataloogidest Fortran ja Matlab.

11.2 Kood

Koodi leiate siin:

http://parsek.yf.ttu.ee/~physics/FPNM/Loengud/nadal_11/

single täpsus Fortran/slorentz.f90 + srkf45.for

double täpsus Fortran/dlorentz.py + drkf45.f

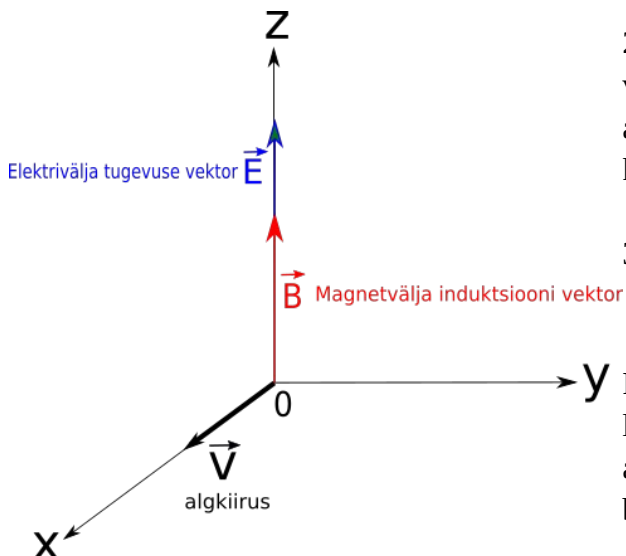
Fortran/plot_lorentz.py

Python/lorentz.py

Vektorite kujutamiseks Python/lorentz_vectors.py

11.3 Ülesanded:

1. Punktosake, mille mass on 0,1 mg ja laeng on 0,1 mC, liigub magnetväljas, mille induksioonivektori projektsioonid on (0,0,0.1)T (on suunatud z-telge mööda). Algtingimused on järgmised: $x(0)=y(0)=z(0)=0$ m, $v_x(0)=v_z(0)=0$ ja $v_y(0)=10$ m/s. Arvutage osake kiirenduse vektorit ja kineetilise energiat. Miks kineetiline eneeergia ei sõltu ajast?(saab kasutada Fortrani või Matlabi programmi)



2. Laetud osake ja magnetväli võtame eelmisest küsimusest. Kuidas väljanäeb keha trajektoor järgmiste

algtingimustega: $x(0)=y(0)=z(0)=0$ m, $v_x(0)=0$, $v_z(0)=v_y(0)=10$ m/s. (saab kasutada Fortrani või Pythoni programmi)

3. Ülesanne on kujutatud joonisel. Siin :

$$|\vec{V}| = 10 \text{ m/s}, |\vec{B}| = 0.1 \text{ T}, |\vec{E}| = 1000 \text{ V/m}$$

Osakese mass on 0.1 ng ja laeng 0.1 nC. Realiseerige antud andmed Fortrani ja Pythoni programmides **lorentz.f90** ja **lorentz.py** (neid võib leida vastavatest kataloogidest).

a) Joonistage osakese trajektoor.

b) Arvutage kineetilise energia.

4. Mis juhtub (ülesanne 3), kui eeldada, et vektor B on suunatud y -telje mööda aga algkiirus on 0? (saab kasutada Fortrani või Pythoni programmi)

5. Proovige muuta programmi **fortran/lorentz.f90**, et oleks võimalik arvutada osakese kiirenduse.

Algingimused: $x(0)=y(0)=z(0)=0\text{m}$, $V_x(0)=0\text{ m/s}$, $V_y(0)=V_z(0)=10\text{ m/s}$, ja aeg vahemikus $[0,600]$ sammuga 3 sek. $B_x=B_y=0\text{ T}$, $B_z=0.1\text{ T}$, $E=0\text{ V/m}$.

a) Kas saate näidata, et kiirusevektor ja kiirendusvektor on risti? Osakese mass on 0.1 ng ja laeng 0.1 nC . (Vaadake programmis **python/lorentz_vector.py** kuidas saab vektorite joonistada).

b) On näha, et spiraali pöörde arv ei sõltu kiiruse v_y -projektsioonist (kui kogu liikumisaeg on fikseeritud, programmis see oli 600 sek). Kas suudate seda analüütiliselt (valemitega) tõestada? (saab kasutada Fortrani või Pythoni programmi)