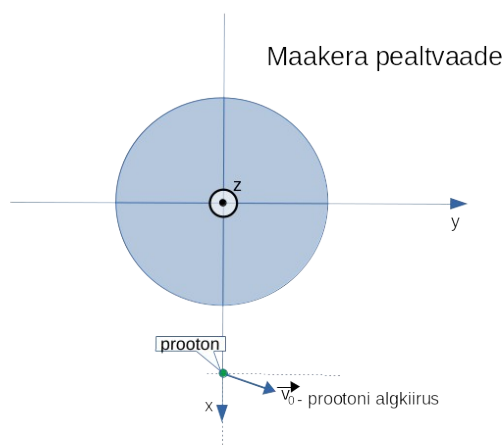
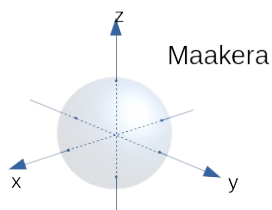


12. Prootoni liikumine Maa magnetväljas.

12.1 Teoreetilised alused

Prootoni liikumise Maa magnetväljas kirjeldab Lorentzi jõud mille väärtus arvutatakse valemiga:

$\vec{F}_l = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \equiv q \cdot [\vec{v}, \vec{B}]$ siin q - laengu väärtus, $\vec{v}$ - osakese kiiruse vektor, $\vec{B}$ - Maa magnetvälja induksiooni vektor (mõõdetakse Teslades). Vektorite vektorkorrutis on uus vektor, mille suuna saab kindlaks määrata paremakruvireegli abil ja võib esitada determinandina:



$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \vec{i} \cdot (v_y B_z - v_z B_y) + \vec{j} \cdot (v_z B_x - v_x B_z) + \vec{k} \cdot (v_x B_y - v_y B_x) \quad (1)$$

siin

$\vec{i}, \vec{j}$ ja $\vec{k}$ – baas ükikvektorid,
 B_x, B_y, B_z – induksiooni vektori projektsioonid,
 v_x, v_y, v_z – prootoni kiiruse vektori projektsioonid.

Siis prootoni liikumise võrrandid (teine Newtoni seadus) saab kujutada teist järku diferentsiaalvõrrandite süsteemina (eeldame, et prooton liigub Maa atmosfääri väljaspool, takistusjõud prootonile ei mõju):

$$\ddot{x} = \frac{q}{m} \cdot (v_y B_z - v_z B_y) \equiv \frac{q}{m} \cdot (\dot{y} B_z - \dot{z} B_y)$$

$$\ddot{y} = \frac{q}{m} \cdot (v_z B_x - v_x B_z) \equiv \frac{q}{m} \cdot (\dot{z} B_x - \dot{x} B_z) \quad \text{või esimest järku süsteemina:}$$

$$\ddot{z} = \frac{q}{m} \cdot (v_x B_y - v_y B_x) \equiv \frac{q}{m} \cdot (\dot{x} B_y - \dot{y} B_x)$$

$$\dot{x} = v_x$$

$$\dot{y} = v_y$$

$$\dot{z} = v_z$$

$$\dot{v}_x = \frac{q}{m} \cdot (v_y B_z - v_z B_y) \quad (2)$$

$$\dot{v}_y = \frac{q}{m} \cdot (v_z B_x - v_x B_z)$$

$$\dot{v}_z = \frac{q}{m} \cdot (v_x B_y - v_y B_x)$$

Maakera magnetvälja induksiooni vektori projektsioonid B_x, B_y ja B_z arvutatakse valemitega mis võetud artiklist: [arXiv:1112.3487v1 [physics.space-ph] 15 Dec 2011].

$$B_x = -\frac{B_0 \cdot R_{Maa}^3}{r^5} \cdot [3 \cdot x \cdot z], \quad B_y = -\frac{B_0 \cdot R_{Maa}^3}{r^5} \cdot [3 \cdot y \cdot z], \quad B_z = -\frac{B_0 \cdot R_{Maa}^3}{r^5} \cdot [2 \cdot z^2 - x^2 - y^2] \quad (3),$$

Kui kasutame valemities mõõtmeteta koordinaate (uusi koordinaate mõõdetakse Maa raadiuse ühikutes):

$$B_x = -\frac{B_0}{r^5} \cdot [3 \cdot x \cdot z], \quad B_y = -\frac{B_0}{r^5} \cdot [3 \cdot y \cdot z], \quad B_z = -\frac{B_0}{r^5} \cdot [2 \cdot z^2 - x^2 - y^2] \quad (4)$$

siin $B_0 = 2.07 \cdot 10^{-5} \text{ T}$, $\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$ - prootoni asukohavektor ja R_{Maa} – Maa raadius. Saab näidata et kõikides valemities saab otse meetrite asemel kasutada kilomeetrid!

12.2 Kood

Programmid leiate kataloogidest Fortran ja Matlab:

http://parsek.yf.ttu.ee/~physics/FPNM/Loengud/nadal_12/ Fortran/lorentz_prooton.f90

Fortran/lorentz_prooton.in

Fortran/plot_prooton.m

Fortran/srkf45.for

Fortran/drkf45.f

Fortran/ode.f

Matlab/Prooton/lorentz.m

Matlab/Maa_mag/magm.m

Matlab/Maa_mag/magf.m

Väike seletus:

Fortran/plot_prooton.m – Fortrani tulemusi visualiseerimiseks

Fortran/lorentz_prooton.f90 – Fortrani programm prootoni liikumise kirjeldamiseks Maa magnetväljas

NB! Diferentsiaal võrrandite lahendamiseks kasutame topelttäpsusega reaalmuutujaid (real*8) ja vastav Fortrani kood Adamsi meetodi jaoks on failis ode.f.

12.3 Ülesanded:

1. Näidake et valemities (2) ja (3) saab otse meetrite asemel kasutada kilomeetrid.

2. Kuidas prootonite trajektoor muutub, kui me muudame prootoni algkiirust? (vt. **fortran/lorentz_prooton.f90**).

Realiseerige järgmised algingimused:

a) $v_y = 10000 \text{ km/s}$ ja $v_z = 20000 \text{ km/s}$ **b)** $v_y = 20000 \text{ km/s}$ ja $v_z = 40000 \text{ km/s}$, joonistage trajektoorid.

3. Kirjutage sarnane Matlabi programmi Matlab/**lorentz_prooton.m** (seda saab teha **fortran/lorentz_prooton.f90** programmi abiga).

4. Võtame arvesse takistusjõud $\vec{F}_{\text{tak}} = -\alpha \cdot \vec{v}$, α – *parameeter* Korrigeerige Matlabi programmi.